

**UNIVERSIDAD DE INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA -
UTECH**

Carrera de Ingeniería Industrial



**PROPUESTA DE RED DE ATENCIÓN EN LA
LOGÍSTICA DE ÚLTIMA MILLA PARA
DOMINO'S PIZZA EN LIMA METROPOLITANA
LAST MILE DELIVERY MODE PROPOSAL FOR
DOMINO'S PIZZA IN LIMA**

Trabajo de investigación para optar por el Grado de Bachiller

Gianfranco Gallese D'Angelo

Código 201510126

Asesor:

Fabien Cornillier

Lima - Perú

Diciembre 2018

El trabajo de investigación

**PROPUESTA DE RED DE ATENCIÓN EN LA LOGÍSTICA DE ÚLTIMA MILLA
PARA DOMINO'S PIZZA EN LIMA METROPOLITANA.**

Claudia Antonini

Fabien Cornillier

José Miguel Renom

Agradecimientos:

A los profesores Claudia Antonini, Jose Antonio Larco, Jose Miguel Renom, Wilson Hormaza y mi asesor Fabien Cornillier, por el interés y el apoyo a lo largo del desarrollo del estudio. También, en agradecimiento a Jose Luis Camino, Gerente General, Gustavo Charry y Cesar Saito de Domino's Pizza Perú, quienes mostraron interés en el proyecto y permitieron que se utilice la empresa como objeto de estudio.

RESUMEN

La empresa Domino's Pizza, como otras empresas que hacen delivery, han optado por no tercerizar la entrega al cliente final, o *Última Milla*, con empresas que, al agrupar demandas de varias tiendas, optimizan la utilización de los repartidores, reduciendo así los costos. Esta decisión tiene el beneficio de mantener contacto directo con el cliente, el cual puede ser aprovechado para resaltar, ofreciendo una excelente experiencia. Sin embargo, esta decisión implica asumir un mayor costo de de delivery que las empresas competencia que sí tercerizan. En la presente tesis, se propone una nueva modalidad de entrega que comparamos con la actual. Ésta consiste en compartir recursos, los repartidores, entre tiendas con el fin de reducir la variabilidad de la demanda y optimizar su utilización. Se hace la hipótesis que esta nueva modalidad puede reducir los costos de contratación, reduciendo la cantidad de repartidores para lograr el mismo nivel de servicio que se tiene, utilizándolos más eficientemente. El costo total de la operación se resume en tres componentes: el de contratar, el cual es variable según la cantidad de repartidores; el costo esperado por la pérdida de las órdenes que se entregan fuera del tiempo establecido con el cliente, el cual disminuye con la cantidad de repartidores y el costo adicional por el traslado de los repartidores entre tiendas para cubrir la demanda necesitada, el cual incrementa según se compartan más los recursos. Se propone un modelo (algoritmo) de de optimización para minimizar el costo total, cambiando la cantidad de repartidores que se contrata y la configuración de redes entre tiendas.

***Palabras Clave*—Facility location problem (FLP), location-allocation problems (LAP), resource pooling, risk pooling, congested network, stochastic location problems.**

ÍNDICE

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN	7
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO	9
<i>A. Planificación</i>	9
1) <i>Niveles de Decisión:</i>	9
2) <i>Estructuras de Costos:</i>	10
<i>B. Risk Pooling</i>	11
<i>C. Facility Location Problem</i>	11
1) <i>Distancias:</i>	12
<i>a) Distancia Manhattan:</i>	13
<i>b) Distancia Euclidiana:</i>	14
2) <i>Location Allocation Problem y Median Problem:</i>	14
<i>a) Clasificación de problemas de Location Allocation:</i>	14
<i>b) Modelo General del Problema de Location Allocation:</i>	15
<i>c) Median Problem:</i>	15
3) <i>Covering Problems:</i>	17
<i>a) Set Covering Problem :</i>	17
<i>b) Maximum Covering Location Model (MCLM):</i>	19
4) <i>Center Problem:</i>	20
<i>a) Vertex P-Center Problem:</i>	21
5) <i>Modelos de Demanda Estocástica y Congestión:</i>	23
<i>a) Clientes y sus supuestos:</i>	23
<i>b) Instalaciones y sus supuestos:</i>	23
<i>c) Costos, ingresos y restricciones:</i>	25
<i>d) Respuesta del cliente: Niveles de demanda y asignación:</i>	28
<i>e) Revisión de Literatura</i>	29
<i>f) Location and allocation of service units on a congested network: LASCN</i>	30
CAPÍTULO III: DESCRIPCIÓN DE LA ORGANIZACIÓN	35
CAPÍTULO IV: METODOLOGÍA	39
<i>A. Variables de decisión</i>	40
<i>B. Variables independientes y parámetros.</i>	41
<i>C. Definiendo la demanda y las distancias entre tiendas</i>	42
<i>D. Modelo de optimización</i>	42
<i>E. Solución</i>	43
<i>F. Análisis de resultados</i>	45
CAPÍTULO V: RESULTADOS	46
<i>A. Datos de entrada</i>	46
<i>B. Comparación de Modalidades</i>	50

<i>C. Resultados del algoritmo completo: Programación entera y simulación</i>	53
CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	57
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	60
ANEXOS	62

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

El rápido crecimiento del e-commerce, proyectado en 11% para el 2017 y en 16% para el 2018 [1], representa un desafío para la entrega de los pedidos al cliente final, generalmente referido como el problema de la última milla [2]. Esta problemática implica elevados costos de transporte, que puede llegar a ser de hasta 75% del de la cadena de suministro [2], [3]. En Lima, se empiezan a ver soluciones con la entrada de nuevos negocios como Glovo, UberEats y Pídelo, en donde se terceriza esta parte de la logística y se aprovecha la agrupación de las demandas de varias empresas para abaratar costos. De alguna manera, esta estrategia, implica perder control sobre una parte del proceso y un punto de contacto con el cliente muy importante, por lo cual algunos jugadores no están convencidos con la solución. Si ésta no es una solución para ellos, ¿Cómo podrían llegar a ser competitivos sin dejar de lado el control sobre la última milla?

Domino's Pizza, una marca conocida a nivel internacional, fue relanzado en el 2016 con una nueva imagen y visión. Su nueva estrategia es enfocarse en vender una experiencia, con un servicio personalizado y una imagen impecable, impulsando la mayor parte de las ventas por delivery. Actualmente, según Jose Luis Camino, el gerente general, el 70% de las ventas se dan por delivery. Esta estrategia es un reto en términos de costos operativos ya que implica un alto costo logístico para poder llegar al cliente a tiempo y satisfacerlo, cumpliendo una promesa de entrega.

En los últimos años, Domino's ha podido diseñar una robusta propuesta de valor para sus repartidores, o "drivers" como los llaman ellos para así poder tener un personal muy bien capacitado y motivado, ya que finalmente ellos son la cara al cliente. Primero, todos son contratados bajo planilla, por lo cual gozan de ingresos constantes y beneficios al trabajador. Además, no es necesario que tengan sus propias motos, la empresa las proporciona, al igual que el mantenimiento y la gasolina. Por esta razón, los drivers no tienen que preocuparse de los gastos de la operación y reciben un ingreso constante, de donde no tienen que pagar nada adicional. Se puede acceder a un mercado laboral más grande ya que comprar una moto es un gran esfuerzo para las personas del perfil. Domino's cuenta con una "Escuela de Drivers" en donde se les enseña a conducir una moto correctamente y con prudencia, además de capacidades de servicio al cliente. Una vez que los drivers ya están contratados, existen más programas de beneficios para alentarlos y ayudarlos con su formación personal. Se tiene un programa de

bonos para puntualidad y “cero accidentes” y además uno de financiamiento para que adquirieran una moto propia.

Para el caso de Domino's Pizza, el costo operativo del delivery es de sus principales. Éste varía según dos factores: la cantidad de pedidos, que se traduce a la cantidad de drivers, y la distancia a los pedidos, que está relacionada con la cercanía de las tiendas a sus clientes. Como la cantidad de motos va de la mano con la cantidad de drivers, se puede decir que los costos de mantenimiento y depreciación de las motos son variables con respecto a la cantidad de drivers, así como los costos de capacitación, uniformes, salarios y bonificaciones. Cuentan con 11 tiendas, cada una con una zona de influencia definida estratégicamente para que cualquier punto de entrega se encuentre a seis minutos en hora punta. Se trata de reducir parte de los costos operativos agrupando de vez en cuando dos pedidos en una sola ruta de entrega, es decir, con un solo driver. Esta solución, podría reducir la utilización del recurso y por consiguiente, reducir el tamaño de la flota.

En la presente tesis, se plantea introducir una nueva modalidad que, compartiendo flotas para un set de tiendas, se agregan las demandas, se reduce la variabilidad de éstas y, por consiguiente, se reduce la cantidad de drivers en el sistema, mitigando así los costos operativos. Esta nueva modalidad es basada en un modelo de *Facility Location*, que minimiza el costo total del sistema, con restricciones de nivel de servicio que consideran los tiempos de espera por congestión. Se diseña el modelo en base a la literatura y las variables de diseño características de la industria de delivery. El resultado esperado del modelo de *Facility Location* consiste en el conjunto de puntos donde se aparcan los drivers, la zona de cobertura de cada uno, y la capacidad de atención necesaria para lograr un buen nivel de servicio. Para resolverlo, primero se recolectan datos sobre la demanda, incluyendo la variabilidad según zonas geográficas y el tiempo y se le hace un ajuste de distribución probabilística. Se resuelve para un conjunto de tiendas y una sola estación, para luego ponerlo en acción en una prueba piloto. Finalmente se evalúan los resultados de la prueba con los actuales, en términos de cantidad de drivers.

A. *Planificación*

1) *Niveles de Decisión:*

Según Laporte et al. [4], la fase de planificación en un sistema logístico cuenta con las siguientes áreas de decisión: previsión de la demanda, ubicación de las instalaciones, suministro, almacenaje y distribución. Los mismos autores definen tres niveles de decisiones en el planeamiento: nivel estratégico, nivel táctico, y nivel operacional. El nivel estratégico implica decisiones a largo plazo. Usualmente implica inversiones mayores utilizando un pronóstico agregado. El nivel táctico implica decisiones a mediano plazo, relacionadas con el uso de los recursos, usualmente medidas mensualmente o hasta anualmente. El nivel operacional implica decisiones que se toman en el día a día.

TABLA I
EJEMPLOS DE DECISIONES EN CADA UNO DE LOS TRES NIVELES[4]

Decision-making area	Planning level		
	Strategic	Tactical	Operational
Storage	Warehouse planning	Allocation of the products at storage points	Pickup of products from the storage area
	Selection of warehouse equipment	Choice of inventory policies for the products in stock in the warehouse	Consolidation of products in the loading unit
	Choice of warehouse layout		
Distribution	Choice of transport mode	Freight assignment on the transport network	Vehicle routing
	Fleet sizing and composition	Transport service network design	Repositioning of vehicles and empty containers
		Vehicle assignment	Consolidation of the shipping orders
		Crew rostering Determination of the vehicles to be rented	

En el caso de la presente tesis, se dará énfasis al nivel de distribución de la **TABLA I** para la última milla de las empresas de delivery de comidas o medicamentos. Para el nivel estratégico, además de las dos presentes en la tabla (almacén y distribución), existen decisiones con respecto a la ubicación de los locales para lograr una mejor distribución, en el cual se dará enfoque, junto con la decisión de dimensionamiento de la flota. En el caso de esta segunda

decisión, no es estratégica sino táctica, ya que en el objeto de estudio se trabaja con flotas de repartidores con moto propia mayormente, y no hay una inversión mayor para adquirir vehículos, sino contratar según la demanda. Además, en algunos casos, el dimensionamiento de la flota es una decisión operativa, que según la demanda proyectada en el día, por zonas, se pueda variar el tamaño.

2) *Estructuras de Costos:*

La estructura de costos es varía entre las empresas, dependiendo del enfoque que la empresa quiera dar a su servicio de delivery. Usualmente, la decisión recae sobre la estrategia de venta e imagen. Se han identificado tres modalidades de distribución de costos entre el empleador y el empleado:

1. El empleado tiene su moto propia y asume todos los costos correspondientes, como por ejemplo en Inkafarma.
2. El empleado tiene su propia moto y el empleador asume los costos de gasolina.
3. El empleador presta la moto y asume todos los costos, como en Domino's Pizza. En el caso de esta empresa, la decisión recae sobre la experiencia del servicio que se desea dar, según el gerente general.

TABLA II
ESTRUCTURA DE COSTOS PARA DELIVERY DE DIFERENTES EMPRESAS

Costo	(Modalidad 3) Domino's Pizza	(Modalidad 2)	(Modalidad 1) Inkafarma
Depreciación	X		
Gasolina	X	X	
Mantenimiento	X		
Seguro	X		
Personal Administrativo	X	X	X
Personal operativo (repartidores)	X	X	X
Capacitación	X	X	X
Uniforme	X	X	X

Podemos agrupar los costos según diferentes variables. Los costos de capacitación, de uniforme y de personal operativo son variables con respecto a la cantidad de repartidores que se tengan y podrían ser agrupados. Estos son compartidos entre todas las empresas. En la modalidad 3, el costo de depreciación también depende de la cantidad de repartidores indirectamente. Los costos de gasolina y mantenimiento, para la modalidad 1, se vuelven indirectamente parte del costo de personal operativo. En las modalidades 2 y 3, estos costos son variables según la distancia recorrida.

B. Risk Pooling

Según Schmitt et al. [5], por el principio de diversificación de riesgo, una oferta descentralizada es adecuada cuando se trata de una demanda determinista. Al contrario, con demanda estocástica, una oferta centralizada permite mitigar las variaciones locales y así disminuir el riesgo global (risk pooling). Los autores se basan en el artículo de Eppen [6] que extiende un problema de *newsvendor* a un modelo con múltiples ubicaciones y prueba los beneficios de centralizar la oferta. Simchi-Levi et al. [7] exponen que a más aleatoriedad, mayores son los beneficios del risk pooling en un modelo basado en el nivel de servicio.

C. Facility Location Problem

Para llegar de todos los inputs mencionados en la **Sección 2.1.3** a la resolución de los problemas, se requiere emplear un modelo que logre definir las variables de decisión para un costo mínimo. Se hizo una revisión de los modelos que podrían ser útiles.

Decidir dónde colocar una planta, un local de emergencia u otro tipo de instalación es crítico para el planeamiento estratégico [8]. En un Facility Location Problem (FLP) se decide dónde colocar una o más instalaciones, minimizando el costo para satisfacer una demanda con una serie de restricciones. Hay cuatro componentes: clientes, instalaciones, un espacio en donde ambos se encuentran y una métrica para medir las distancias entre puntos [9]. Esta especialización empezó con Alfred Weber, en 1909, con un modelo de ubicar una única instalación para una demanda dada [10]. y desde la década de 1960 empezó a crecer [8]. Se ha identificado una determinante para los modelos, la naturaleza de la demanda, que puede ser estocástica o determinista. Owen y Daskin [8] reconocen tres modelos básicos para una demanda determinista: *Median Problems*, *Covering Problems* y *Center Problems*. De esos

modelos nacen todos los modelos más complejos, incluyendo los modelos estocásticos. Otros autores como Laporte et al. [11] hablan de los mismos tres modelos, agregando más dos más: el *Fixed-charge Facility Location Problem* y *Anti-Covering Location Problem*.

En un segundo nivel, se encuentran problemas más específicos que incluyen incertidumbre, un espacio continuo, criterios múltiples, múltiples períodos y modelos estocásticos con congestión, del que se hará una revisión [11].

1) *Distancias:*

Según Zarinbal [12], la mayoría de problemas de facility location se enfocan en minimizar la distancia media entre todos los puntos abastecidos, o en minimizar la máxima distancia a los puntos de demanda. En base a las diferentes formas de interpretar las distancias los divide en cuatro tipos:

- 1) Modelos analíticos, basados en una gran cantidad de supuestos, como fijar el costo de poner una instalación. Usualmente, las distancias se miden de forma rectilínea o siguiendo la métrica de Manhattan.
- 2) Modelos continuos, basados en la continuidad del área de ubicación. En esta categoría entraría el modelo Weber, que utiliza distancias euclidianas o de línea recta. Estos modelos pueden usar casi cualquier método de distancia.
- 3) Modelos de red, compuestos de nodos y enlaces. Las distancias en estos modelos se miden por las rutas más cortas de la red.
- 4) Modelos discretos, en donde se tiene un conjunto discreto de instalaciones candidatas. Al igual que los modelos continuos, se puede usar cualquier método para encontrar las distancias, sin embargo, al tener definidas las opciones, se pueden tener predefinidas. Este es el modelo a utilizar en la presente tesis, ya que desea escoger estaciones de repartidores de entre los locales que ya tiene una empresa.

Se toma en consideración la distancia a un punto específico de demanda cuando los modelos son en un espacio relativamente pequeño. En otros casos, se puede agrupar la demanda en un centro y se toma la distancia a este [12].

Existen muchas formas de medir las distancias entre dos puntos, que han sido utilizadas a lo largo del tiempo por diferentes investigadores como euclidiana, Manhattan, Block distances, Mahalanobis distance, Hamming distance y Levenshtein distance. Las dos más comunes son las primeras mencionadas [12].

La distancia entre dos puntos X y Y, es denotado como $d(X,Y)$, que puede ser generalizada para i dimensiones con la ecuación:

$$d_{K,p}(X, Y) = \left(\sum_{i=1}^n k_i |x_i - y_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}. \quad (1)$$

Si $k_1 = k_2 = \dots = k_n = k_p$, entonces queda:

$$d_{K,p}(X, Y) = K \left(\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}. \quad (2)$$

Finalmente, si K fuese 1, es decir, si todos los puntos en la demanda tuvieran el mismo peso, entonces:

$$d_{K,p}(X, Y) = \left(\sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}. \quad (3)$$

a) *Distancia Manhattan:*

La distancia Manhattan se obtiene de la ecuación de Minkowski de orden $p = 1$. y se entiende como líneas que pueden ser en solamente dos direcciones perpendiculares, por ejemplo Norte-Sur y Este-Oeste. Se puede visualizar un ejemplo en la **Figura 1**, en donde la distancia del camino 1 es igual a la del camino 2. [12]

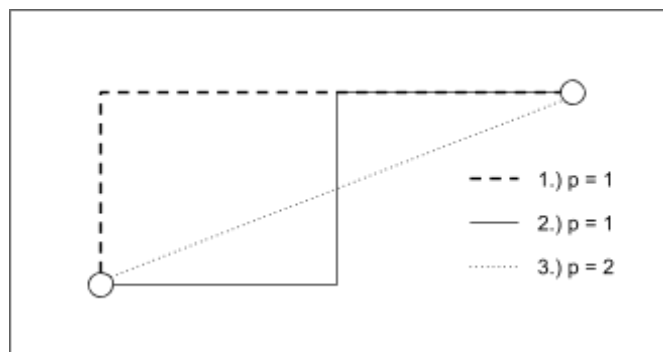


Fig. 1. Representación gráfica de las distancias Manhattan, $p = 1$, y euclidiana, $p = 2$. Elaboración propia.

b) *Distancia Euclidiana:*

La distancia rectilínea o euclidiana tiene $p = 2$ y es la distancia “intuitiva”, que se puede describir como la línea recta entre dos puntos, visualizada en la **Figura 1** como la línea 3.

2) *Location Allocation Problem y Median Problem:*

El *Location Allocation Problem* (LA) busca encontrar la cantidad, ubicaciones y capacidades óptimas de instalaciones para abastecer con algún commodity, material o servicio una demanda dada en un espacio de la forma más económica. Ejemplos de estos pueden ser la determinación y ubicación de centros de distribución, centros de comunicación o plantas de producción. [13]

Este modelo puede ser definido de la siguiente manera [14]:

- | | | |
|-------------|----|------------------------------------|
| Dadas: | 1) | La ubicación de cada destino |
| | 2) | Los requerimientos en cada destino |
| | 3) | Un conjunto de costos de envío |
| Determinar: | 1) | La cantidad de fuentes |
| | 2) | La ubicación de cada fuente |
| | 3) | La capacidad en cada fuente |

a) *Clasificación de problemas de Location Allocation:*

Según Azarmand y Jami [15], los problemas de *Location Allocation* se clasifican por separado las diferentes instalaciones, el espacio y la demanda. Las instalaciones se caracterizan según la cantidad, el tipo y los costos que incurren. Existen, entre otras, la distinciones entre modelos de un solo local y de múltiples, entre un solo servicio y múltiples servicios y entre una capacidad determinada o una ilimitada. El espacio se puede clasificar como discreto, continuo o una red de nodos y enlaces. La demanda, como es mencionada anteriormente, se puede clasificar como discreta o estocástica.

b) *Modelo General del Problema de Location Allocation:*

Conocido también como “*Multisource Weber Problem*”, el modelo general sigue los siguientes supuestos [13]:

- El espacio de solución es continuo,
- Cada cliente puede ser abastecido por múltiples ubicaciones y no hay un costo de apertura de instalaciones,
- No existen capacidades,
- La demanda es determinista,
- No hay relaciones entre las instalaciones.

Se desea minimizar el costo total de transporte, con las variables de decisión de número de instalaciones, las coordenadas de estas, la cantidad de suministro de cada instalación a cada cliente y las distancias entre cada instalación y cada cliente. Los datos de entrada son la cantidad de los clientes, sus ubicaciones y sus demandas.

c) *Median Problem:*

El “*Median Problem*” es considerado como el problema principal de Location-Allocation, en donde se encuentra la distancia media entre las instalaciones y todos sus puntos de abastecimiento, para la cual la suma de los costos sea mínima. Ejemplos de este problema son la ubicación de hospitales, ambulancias y estaciones de bomberos entre otras [14]. Este modelo se clasifica en dos tipos, el 1-median, en donde se busca localizar una instalación, y el p -median, en donde se escoge entre ubicaciones candidatas. El p -median es un ejemplo de modelo discreto.

El modelo clásico, propuesto por ReVelle and Swain en 1970 [16] como “*Central Facility Location*” consiste en designar m instalaciones de n candidatos de forma que la distancia trasladada sea mínima. El promedio de distancia es igual a la sumatoria del producto de la distancia y la demanda de cada nodo dividido entre la sumatoria de la demanda, representado en la ecuación (4). Para este modelo, las distancias pueden ser obtenidas previamente con una programación dinámica. [16]

$$\bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i s_i}{\sum_{i=1}^n s_i} \quad (4)$$

Este modelo, según Jamshidi [17], tiene los siguientes supuestos:

- Relación lineal entre costo y distancia
- Bienes facilitados
- Horizonte de tiempo infinito
- Capacidad infinita
- No hay costo de apertura de una planta/instalación
- Problema exógeno
- Mismo tipo de instalaciones
- Instalaciones estacionarias
- Demanda constante
- Problema discreto

Se desea minimizar la función z .

$$\min z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n h_i d_{ij} x_{ij} \quad (5)$$

en donde:

h_i = demanda de cada punto i .

d_{ij} = distancia entre el punto i al punto j .

x_{ij} = 1, si se asigna el punto i al punto j ; 0, si es lo contrario.

P = cantidad de instalaciones.

n = número de nodos.

Sujeto a las restricciones:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I. \quad (6)$$

En donde cada punto i será abastecido.

$$\sum_{j=1}^n y_{ij} = P \quad \forall i \in I. \quad (7)$$

En donde se restringe que la cantidad de instalaciones sea realmente P .

$$x_{ij} \leq y_j \quad \forall i \in I, \forall j \in J. \quad (8)$$

En donde se establece que la demanda debe ser satisfecha.

$$x_{ij}, y_j \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, \forall j \in J.$$

(9)

En donde se establece que las variables x e y son binarias.

Existe la posibilidad de agregarle una variable de costo de abrir determinada planta j como f_j , que cambia la función objetivo a:

$$z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n h_i d_{ij} x_{ij} + \sum_{j=1}^n y_j f_j \quad (10)$$

3) Covering Problems:

Daskin [18] describe el problema de cobertura como un modelo en el que se habla de un nivel aceptable de la distancia mínima entre un punto de demanda y una instalación. Esta distancia máxima aceptable es lo que define la cobertura de cada una de las instalaciones, en donde existe un subgrupo, N_i , de posibles candidatos de instalaciones j que pueden cubrir el punto de demanda i . Ese subgrupo N_i también puede interpretarse como variables binarias a_{ij} que toman el valor de 1 si la instalación j puede cubrir el punto i y 0 si no puede.

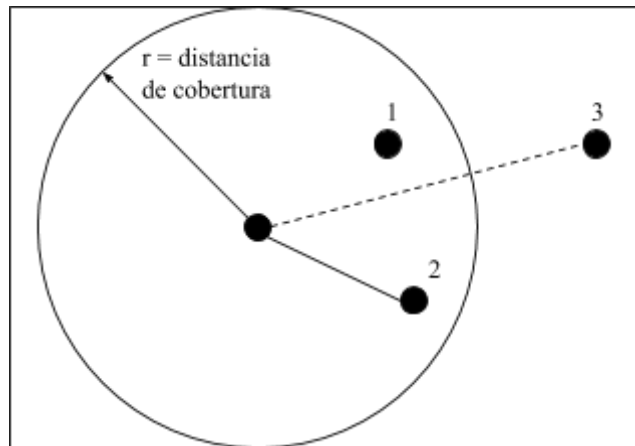


Fig. 2. Representación gráfica de la cobertura. Elaboración propia

a) *Set Covering Problem* :

Es uno de los problemas más básicos de *Facility Location*, en donde se desea minimizar el costo total, con candidatos de instalaciones pre definidos, cubriendo todos los puntos de la demanda, los cuales son discretos. Este modelo se puede formular de la siguiente manera [18]:

Sets:

I = set de puntos de demanda.

J = set de ubicaciones candidatas para las instalaciones.

Parámetros:

a_{ij} = 1, si la instalación candidata j cubre el punto i ; 0, si es lo contrario.

f_j = costo de abrir la instalación j .

Variables de decisión

x_j = 1, si se abre la instalación en el punto j ; 0, si es lo contrario.

Se desea minimizar el costo total para cubrir todos los puntos, por lo que se tiene la función objetivo:

$$\min z = \sum_{j=1}^n f_j x_j \quad (11)$$

Sujeto a las restricciones:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1 \quad \forall i \in I. \quad (12)$$

En donde se establece que cada punto i debe ser abastecido por al menos una instalación.

$$x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J. \quad (13)$$

En donde se define las variables x como binarias.

En caso de que el costo de apertura de una instalación sea igual para cada una, al ser esta variable una constante, se puede eliminar de la función objetivo para lograr el mismo resultado. También se puede expresar la restricción (12) como:

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq 1 \quad \forall i \in I. \quad (14)$$

Considerando $N_i = \{j \in J \mid d_{ij} \leq D_c\}$, como mencionado al inicio de la sección, siendo D_c la distancia de cobertura máxima.

b) *Maximum Covering Location Model (MCLM):*

Es común en la realidad que no se pueda cubrir todos los puntos de demanda por una limitación de presupuesto, por lo cual no se puede llegar a una solución resolviendo un problema de *Set Covering*. El problema de *Set Covering* tampoco considera la demanda de cada uno de los puntos, todos son tratados por igual. Estas dos limitaciones nos llevan a al problema de *Maximum Covering Location* que consiste en maximizar la cobertura de las demandas con un número limitado de instalaciones [18]. Este modelo fue inicialmente propuesto por Church y Reville [19].

Sets:

I = set de puntos de demanda.

J = set de ubicaciones candidatas para las instalaciones.

Parámetros:

h_i = demanda en el punto i .

P = número de instalaciones a abrir.

Variables de decisión

Z_i = 1, si el punto i es cubierto; 0, si es lo contrario.

Se desea maximizar la cobertura, por lo que se tiene la función objetivo:

$$\max z = \sum_{i \in I} h_i Z_i \quad (15)$$

Sujeto a las restricciones:

$$\sum_{j \in J} a_{ij} x_j \geq Z_i \quad \forall i \in I. \quad (16)$$

En donde se establece que para cada punto i , no se puede abrir una planta si es que no cumple con las exigencias de la cobertura.

$$\sum_{j \in J} x_j \leq P \quad (17)$$

En donde se limita la cantidad de instalaciones a que sea menor o igual que el límite propuesto P .

$$x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J. \quad (18)$$

$$Z_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I. \quad (19)$$

En donde se definen las variables x y Z como binarias.

Para este caso, como el anterior, como las ubicaciones posibles para las instalaciones son dadas, la solución será peor que si se pudiesen poner en cualquier espacio del plano [18].

4) *Center Problem:*

En el *Center Problem*, al igual que en el *Set Covering Problem*, se requerirá que todas las demandas sean cubiertas, sin embargo, a diferencia de los problemas de cobertura, la distancia de cobertura no será exógena, sino será una variable que se desea minimizar. Se conoce este problema como el *p-center Problem* o *Minimax*, ya que estamos minimizando la máxima distancia entre las demandas y la instalación más cercana [18], [20]. La diferencia de este modelo con el de *Set Covering*, es sintetizada en la **Figura 3**. Hakimi [21] fue el primero en introducir este problema, para localizar una estación de policías o un hospital, con el *Absolute center problem*. Este modelo tiene la posibilidad de abrir instalaciones sin restricción de ubicaciones, mientras que en el *Vertex Center Problem* se tienen ubicaciones candidatas [17].

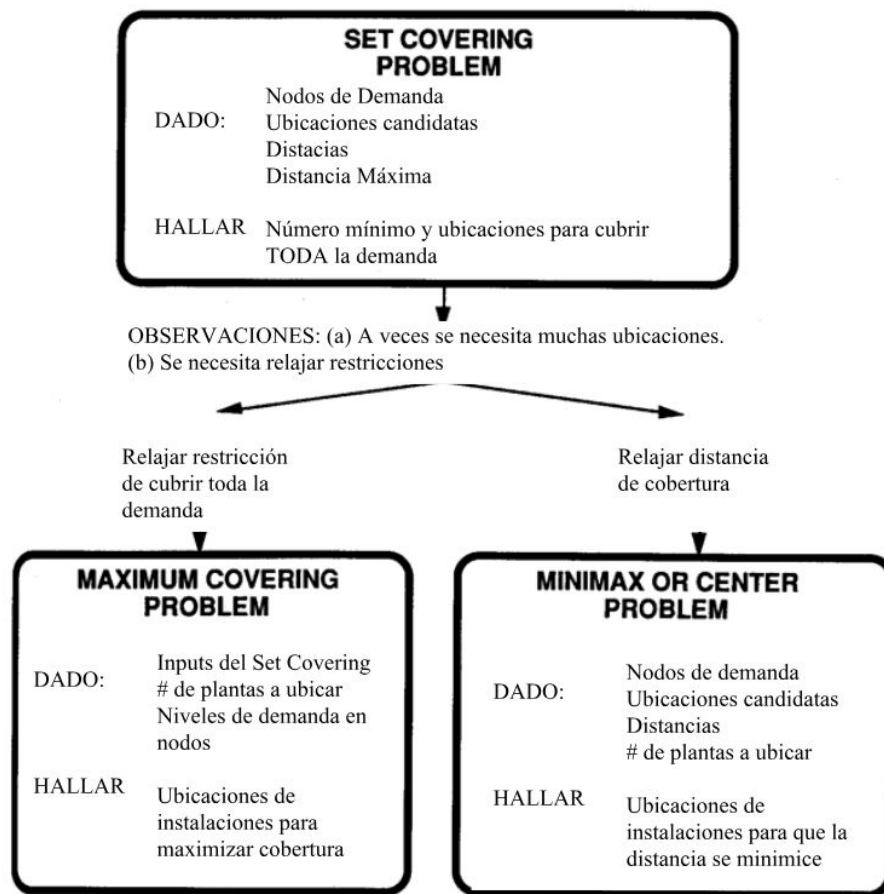


Fig. 3. Diferencias entre problemas de cobertura y el minimax. [17]

a) *Vertex P-Center Problem:*

A continuación, la formulación del *vertex p-center problem* descrito previamente [17].

Sets:

I = set de puntos de demanda.

J = set de ubicaciones candidatas para las instalaciones.

Parámetros:

d_{ij} = distancia entre el punto i y el j .

h_i = demanda en el punto i .

P = número de instalaciones a abrir.

VARIABLES DE DECISIÓN

Y_{ij} = fracción de la demanda en el punto i , que es abastecida por la instalación j .

x_j = 1, si se abre la instalación en la ubicación j ; 0, si es lo contrario.

W = Máxima distancia entre un punto de demanda y la instalación más cercana.

Se desea minimizar W :

$$\min W \quad (20)$$

Sujeto a las restricciones:

$$\sum_{j \in J} Y_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (21)$$

En donde se establece que cada punto i debe de ser abastecido y que la suma de la fracción de abastecimiento de las instalaciones sume 1 para cada una de las demandas.

$$\sum_{j \in J} x_j \leq P \quad (22)$$

En donde se limita la cantidad de instalaciones a que sea menor o igual que el límite propuesto P .

$$Y_{ij} \leq x_j \quad \forall i \in I, \forall j \in J. \quad (23)$$

En donde se limita que no exista abastecimiento para ningún punto de demanda i que sea abastecido por la instalación j .

$$W \geq \sum_{j \in J} d_{ij} Y_{ij} \quad \forall i \in I. \quad (24)$$

En donde se restringe que la máxima distancia sea siempre igual o mayor que cualquier distancia entre un punto y una instalación que le abastece.

$$x_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J. \quad (25)$$

En donde se define las variables x como binarias.

$$Y_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall j \in J. \quad (26)$$

En donde se define las variables Y como positivas.

En caso de que se quiera tomar un peso de la demanda en la distancia, se puede cambiar la restricción (24) por:

$$W \geq \sum_{j \in J} d_{ij} Y_{ij} \quad \forall i \in I. \quad (27)$$

5) *Modelos de Demanda Estocástica y Congestión:*

Para la realidad del problema planteado en la presente tesis, se tiene una demanda estocástica, que causa congestión en el sistema, cuando llegan pedidos y no pueden ser atendidos, por lo que se forman colas. En estos sistemas, las instalaciones tienen recursos con una capacidad limitada y tiempos de servicio estocásticos. Cuando se forman colas, los clientes que siguen llegando se pueden quedar o irse, generando ventas perdidas [22]. En los modelos descritos por Berman y Krass [22], se trabaja con que los clientes llegan a las instalaciones a ser atendidos, ya que si se incluye en el modelo que los recursos van al cliente, el problema se vuelve muy complejo y los modelos de colas se vuelven intratables. Existen modelos que simplifican de forma analítica estas variables estocásticas en deterministas para facilitar las computaciones, sin embargo, pueden llevar a bajos niveles de servicio [22].

Se puede nombrar una rama de este problema como *Stochastic Location models with Congestion and Immobile Servers* (SLCIS), para el cual la literatura ha crecido recientemente, si se comparan las obras de Berman y Krass [23] y Boffey et al. [24].

a) *Clientes y sus supuestos:*

Los conforman el set J , con la ubicación $j \in J$, capaz de generar una demanda de una máxima intensidad de λ_j^{max} por unidad de tiempo. Se toman las ubicaciones j como discretas, a diferencia de otros modelos como el planteado por Baron et al. [25], en donde J se da en un espacio continuo. Se considera $n = |J|$ como el número de nodos de demanda. u_j es la utilidad que el cliente j aporta. La demanda es una variable aleatoria interpretada por una distribución de Poisson con una tasa $\lambda(u_j) \in [0, \lambda_j^{max}]$. Se puede tratar la demanda como inelástica, la descrita anteriormente o elástica, en donde la tasa no es una función constante. Por simplicidad, se utiliza $\lambda(u_j)$ como λ_j [22].

b) *Instalaciones y sus supuestos:*

Las instalaciones conforman el set I y se denota el máximo número de éstas como $m \geq 0$. Se utiliza $i \in I$ para representar las posibles ubicaciones de estas. El supuesto más común es que I es discreto y, en este caso, se asume que $I \subset J$. Se define la típica variable binaria de abrir una instalación $y_i \in \{1, 0\}$. En el caso de que la instalación i abra, se le debe de asignar una capacidad $\mu_i > 0$, tomada como la tasa de procesamiento promedio. Se tomará como supuesto que cada instalación tendrá solo un servidor con la capacidad μ . Siguiendo a Baron et al. [25], seguiremos el principio de *First Come First Served (FCFS)* y que los requerimientos de servicios serán variables aleatorias idénticas e independientes, que seguirán una función de distribución acumulativa $F_s(w)$ y una función generadora de momentos $G_s(\eta)$. Se asume también que el promedio de tiempo servicio es $E[S] = I$ - este supuesto re-escala el tiempo de servicio.

Se define la variable x_{ij} como la porción de la demanda del punto j abastecida por la instalación i . En este caso, esta variable es binaria, si es 1 entonces la instalación i abastece el punto j . Para cada instalación, definimos la región de servicio como $N_i = \{j \in J \mid x_{ij} = 1\}$. Una vez que se saben λ_j y x_{ij} , la razón de la demanda sigue una distribución de Poisson con el ratio:

$$\Lambda_i = \sum_{j \in N_i} \lambda_j = \sum_{j \in J} \lambda_j x_{ij}. \quad (28)$$

Por esto, cada instalación tiene su propio modelo de colas de una naturaleza $M/G/1$ (o $M/G/k_i$) con una razón de servicio μ_i . Para que haya estabilidad en el servicio se debe cumplir la restricción de la ecuación (28). En cada sistema de colas, se tendrá un tiempo de espera en estado estable de $W_i = W(\Lambda_i, \mu_i)$ y un número de clientes de $L_i = L(\Lambda_i, \mu_i)$. Usualmente se requiere una demanda mínima para abrir una planta, por lo que se define la variable de razón mínima de demanda Λ^{min} .

Habiendo definido las variables, por el momento se pueden ir definiendo las posibles restricciones al modelo:

$$\sum_{i \in I} y_i \leq m. \quad (29)$$

En donde se limita la cantidad de instalaciones abiertas a que sea menor que el máximo m .

$$\mu_i \leq My_i \quad \forall i \in I. \quad (30)$$

En donde se limita la capacidad a la máxima capacidad (M) en cada tienda abierta.

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq 1 \quad \forall j \in J. \quad (31)$$

En donde se limita que, si la variable x es binaria, cada punto j solamente puede ser abastecido por una instalación.

$$x_{ij} \leq y_i \quad \forall i \in I, \forall j \in J. \quad (32)$$

En donde se impide asignar un cliente a una instalación que no está abierta.

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, \forall j \in J. \quad (33)$$

La cual establece x como una variable binaria.

$$\Lambda_i \leq \mu_i \quad \forall i \in I. \quad (34)$$

La cual es necesaria para que el sistema de colas sea estable.

$$\Lambda_i \geq \Lambda^{\min} y_i \quad \forall i \in I. \quad (35)$$

En donde se define que para abrir una planta, se debe de tener una razón de demanda mayor que el mínimo establecido [26].

c) *Costos, ingresos y restricciones:*

Se tienen dos componentes: el mecanismo en el cual los clientes son asignados a las instalaciones, expresado por la variable x_{ij} , que también define la variable λ_j , y el costo y las restricciones del sistema que aseguran los niveles de servicio.

Se define una función de distancia entre un punto de demanda j y una instalación i como $d(i,j)$. Se define la función de costo de traslado para una distancia d como $TC(d)$ y se asume que es no decreciente y no negativa. Se puede definir una función de costo de traslado en el sistema como:

$$STC = \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} TC(d(i,j)) \lambda_j x_{ij}. \quad (36)$$

Como I y J son discretos, se puede redefinir la función de costo como $d'(i,j) = TC(d(i,j))$. Además, se puede agregar un parámetro β para relacionar el costo de traslado con otros términos en el modelo y llegar a una nueva ecuación:

$$STC = \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} \beta d(i,j) \lambda_i x_{ij}. \quad (37)$$

Con esta última expresión, puede pasar que el costo total de traslado sea bueno, pero se tengan distancias largas que se complementan con cortas e individualmente las largas pueden significar un mal servicio, por lo que, en vez de restringir el nivel de servicio con el costo de esta manera, se puede establecer una restricción de cobertura:

$$\sum_{i \in I} d(i,j) x_{ij} \leq R \quad \forall j \in J. \quad (38)$$

En donde $R > 0$ es el radio de cobertura máximo permitido. Usualmente se usa alguna de las dos ecuaciones anteriores (37 o 38), es muy raro encontrar ambas.

La forma más común de definir los costos de congestión es usando los valores esperados para L_i y W_i , \bar{L}_i y \bar{W}_i respectivamente. Como ambos están relacionados por la ley de Little, se trabajará más con \bar{W}_i . Para un sistema $M / G / 1$, la expresión para el valor esperado de tiempo, que se puede encontrar en varias referencias de colas [27], es:

$$\bar{W} = \bar{W}^q + \frac{1}{\mu} = \frac{1+\gamma^2}{2} \frac{\rho}{1-\rho} \frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu}, \quad (39)$$

en donde \bar{W}^q es el tiempo promedio en cola, $\rho = \lambda/\mu$ es la razón de utilización y γ^2 es el coeficiente de variación para tiempos de servicio al cuadrado, dado como $\gamma^2 = \sigma^2/\mu^2$, en donde σ^2 es la varianza de los tiempos de servicio. Aplicada al modelo, la ecuación se puede presentar de la siguiente manera:

$$\bar{W}_i = \bar{W}_i^q + \frac{1}{\mu_i} = \frac{(1+\gamma^2)\Lambda_i}{2\mu_i(\mu_i-\Lambda_i)} + \frac{1}{\mu_i}. \quad (40)$$

Si la instalación i no se abre, entonces $\bar{W}_i = 0$. Se asume γ^2 como un parámetro. A pesar de que pueda ser tomado como una variable de decisión, la mayoría de los autores no lo toman como tal.

Se puede tratar el tiempo de espera como una función (*Service waiting cost: SWC*) de costo o con una restricción. Sea $WC(w)$ el costo de esperar en el sistema por w unidades de tiempo. Al igual que para los costos de traslado, se toma el WC como no decreciente y no negativo. Se puede expresar el costo total del tiempo en espera como:

$$SWC = \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} WC(\bar{W}_i) x_{ij}. \quad (41)$$

Se puede asumir una penalidad por cada cliente no atendido y acoplada a la ecuación de SWC anterior con el término $p \sum_{j \in J} (1 - \sum_{i \in I} x_{ij})$.

Al igual que con la función de costo de las distancias, puede pasar que en total, el costo por espera resulta atractivo, sin embargo, visto particularmente, puede haber ciertos puntos de demanda en los que hay mucho tiempo de espera. Por esto, se puede trabajar con una restricción para el tiempo de espera:

$$\bar{W}_i^q \leq EW \quad \forall i \in I. \quad (42)$$

En donde EW es el máximo tiempo aceptado de espera en cola. Tradicionalmente se trabaja con el tiempo en cola, más que con el tiempo total en el sistema. Probablemente, no sea suficiente con el valor esperado del tiempo de espera y se quiera que cierta cantidad de clientes no esperen para entrar al sistema o que la probabilidad para una espera “larga” sea muy baja. Para esto, se necesitaría una restricción como [25]:

$$P(W_i^q > T) = \alpha_T \quad \forall i \in I. \quad (43)$$

En donde $P(\cdot)$ es la distribución de W_i^q en estado estable, $T > 0$ es un límite específico para la espera en cola y $\alpha_T \in \{1, 0\}$ es la probabilidad máxima aceptable de esperas mayores a T en cualquiera de las instalaciones. Por ejemplo, α_0 es la máxima proporción aceptable de clientes que deben de esperar por un servicio en cualquier instalación. Las dos últimas restricciones son comunes en $SLCIS$ como restricciones de nivel de servicio, *service level constraints* (SCs). La primera se enfoca en el comportamiento del sistema, que es referida como “Mean SC” y la segunda en la ocurrencia de ciertos eventos no deseados, “Probabilistic SC”. Mientras que la Mean SC se puede obtener simplemente reemplazando términos de la ecuación (33) en la (35), la Probabilistic SC necesita una expresión para la distribución del tiempo en estado estable, la cual no se tiene normalmente. Una opción es agregar supuestos sobre las distribuciones de los tiempos de servicio, como asumir un sistema $M / M / 1$ o $M / E_k / 1$ en las instalaciones.

Se tienen dos costos para las instalaciones: el costo fijo de apertura FC_i y el costo variable según la capacidad instalada en cada instalación $VC(\mu_i)$. Se tiene la expresión para estos costos, resumidos en la variable SFC (*Systems Facility Cost*):

$$SFC = \sum_{i \in I} FC_i + \sum_{i \in I} VC(\mu_i) \quad (44)$$

Se puede asignar un ingreso por cliente, r , y el ingreso total esperado puede ser representado por la expresión:

$$SR = r \sum_{i \in I} \Lambda_i = r \sum_{j \in J} \lambda_j \sum_{i \in I} x_{ij} \quad (45)$$

La variable r puede ser una variable de decisión, sin embargo, en la mayoría de modelos SLCIS, es tratada como una variable exógena. Si la demanda es inelástica, es decir, $\lambda_j = \lambda_j^{max}$, $\forall j \in J$, la expresión anterior cambia a:

$$SR = r \sum_{j \in J} \lambda_j^{max}. \quad (46)$$

La cual es una constante, por lo que el modelo se vuelve un problema de minimización de costo. Para resumir, la función objetivo del modelo SLCIS, es maximizar [SR - STC - SWC - SFC].

d) *Respuesta del cliente: Niveles de demanda y asignación:*

Quedan dos factores clave, el mecanismo para hallar la variable x_{ij} y la demanda λ_j generada por clientes en $j \in J$. Existen dos casos, el *directed choice* en donde el decisor elige qué clientes serán abastecidos por qué instalación y el *user choice* en donde el cliente escoge la instalación según un criterio específico, como podría ser la distancia. Berman y Krass [22] clasifican los modelos según este criterio de la siguiente manera:

NR: *No customer reaction*, en donde la demanda es inelástica y el decisor asigna los clientes a las instalaciones.

AR: *Allocation-only reaction*, en donde la demanda es inelástica pero los clientes mismos escogen las instalaciones.

DR: *Demand rate-only reaction*, en donde el decisor asigna los clientes a las instalaciones, pero la demanda es elástica, es decir, el cliente puede escoger sobre su demanda.

FR: *Full customer reaction*, en donde el cliente decide sobre su demanda y además en dónde compra.

Los modelos de tipo NR necesitan solamente cumplir con las restricciones básicas (31), (32) y (33). En estos modelos, la asignación de clientes no será necesariamente la mejor para cada cliente, será óptima para el sistema como uno. La demanda es inelástica por lo que $\lambda_j = \lambda_j^{max}$ para cada $j \in J$ y no hay una utilidad del cliente sobre la cual decidirá, por lo que no es necesario siquiera definirla. Para estos casos se mantiene la función objetivo mencionada anteriormente: [SR - STC - SWC - SFC]. Para los casos que sí comprenden una reacción del cliente si se tendrá que definir una función de utilidad para incluir.

e) *Revisión de Literatura*

TABLA III
COMPILACIÓN DE TEXTOS QUE TRATAN EL PROBLEMA DE SLCIS [22]

Autores	Clase de Respuesta Cliente	Funcion de utilidad	Modelo de colas	# de instalaciones flexibles?	Tasa de atención flexible?	Restricción para demanda no atendida?	Restricciones de servicio?	Ingresos?	Tiempo de traslado?	Costo de congestión?	Costo fijo de abrir una instalación?	Costo variable por servidor?	Método de solución	Tipo de Modelo
O. Berman, D. Krass y J. Wang, 2006	AR	dist.	M/M/1/c	Si	No	Si	Si				# min de inst.		Tabu search y random adative search	Tipo C
H.T. Kakhki y F.M. Moghadas, 2010	NR	NA	M/G/1	No	No	Si	Si	Si					Exacto	Tipo C
V. Marianov y D. Sierra, 1998	NR	NA	M/M/1 M/M/K	No	No	Si	Si	Si					Exacto linearizando restricciones	Tipo C
O. Baron, O. Berman y D. Krass, 2018	AR	dist.	G/G/N G/G/1	Si	Si	Si	Si				Si	Si	Descomponiendo el problema y luego	Tipo C
O. Berman, Z Drezner, 2007	AR	dist.	M/M/k	No	Si	No	No	Si	Si			Si	heurísticas Descenso, recocido simulado, Tabu Search y algoritmo MIP + Greedy-type heuristic	Tipo S
B. Boffey, R.D. Galvao, y V. Marianov, 2010	NR	NA	M/Er/1/c	No	No	No	Si		Si					Tipo S
R. Abollian, O. Berman, Z. Drezner, 2009	AR	dist.	M/M/k	No	Si	No	No	Si	Si				Meta-heurísticas	Tipo S
T. Drezner y Z. Drezner	AR	dist.	M/M/k	No	No	No	No	Si	Si				Descenso, recocido simulado, Tabu Search y algoritmo Greedy-type heuristic + tabu search	Tipo S
T. Hamaguchi y Nakade, 2010	AR	dist.	M/G/1	No	No	No	No			Si				Tipo S
V. Marianov, T.B. Boffey y R.D. Galvao, 2009	NR	NA	M/Er/K lc	No	No	No	Si	Si					MIP + Greedy-type heuristic	Tipo S
V. Marianov y D. Sierra 2008	NR	NA	M/Er/c K	No	No	No	Si	Si	Si				Ant colony heuristic	Tipo S
Q. Wang, R. Batta y C.M. Rump, 2002	AR	dist.	M/M/1	No	No	No	Si	Si	Si				Heurísticas	Tipo S

f) *Location and allocation of service units on a congested network:*
LASCN

Aboolian, Berman y Drezner, [28] introdujeron métodos heurísticos para solucionar un problema de SLCIS, planteado anteriormente por Berman y Drezner [29], en donde se considera más de un servidor en el sistema. Ya que, como es mencionado anteriormente, esta característica volvería intratable al modelo general presentado, se plantea un sistema de colas con la notación M/M/k en vez de M/G/1. En este sistema, la atención, al igual que las llegadas, son Memoryless, es decir, la probabilidad de que ocurra un evento no depende del tiempo que ha pasado. Esta suposición, para la distribución de atención, no es muy común en la vida real, sin embargo, es necesaria para poder tener más de un servidor en este método analítico.

Se habla, en este modelo de un trade-off en la función objetivo entre la disminución de los costos de espera al agrupar las demandas en menos establecimientos, la disminución del costo fijo por establecimiento de abrir al tener menos, la disminución del costo variable de contratación por la cantidad de servidores y el incremento del costo total de traslado, que se hace mayor al tener menos instalaciones. En esta situación, se habla de un modelo NR, según la denotación de la sección **IIC-5d**, en donde los clientes no tienen conocimiento del tiempo de espera en el local, por lo cual no deciden en base al costo, sino se les asigna una instalación por cercanía.

Sea $G = (N, L)$ la red de nodos N y enlaces L . Se tiene una demanda en cada nodo de la red y un set de posibles ubicaciones para las instalaciones $M \subset N$ ($|M| = m$). Una vez escogidas las ubicaciones, se forma el set $S \subset M$, las posiciones selectas, y $E_j(S)$, el conjunto de demandas abastecidas por la instalación j . A continuación se definen los parámetros y variables de decisión del modelo:

Parámetros:

- d_{ij} = distancia más corta entre los puntos i y j en la red G .
- μ = capacidad de un servidor de atención por unidad de tiempo.
- $k_j(S)$ = cantidad de servidores en la instalación j en S .
- $\mathbf{K}(S)$ = vector de servidores asignados para las instalaciones j en S .
- λ_i = demanda en el punto i en N , expresada en una tasa de llegadas por unidad de tiempo.

f_i = costo fijo de abrir la instalación j en S .
 h = costo variable por servidor.
 g = costo de traslado por unidad de distancia.
 v = costo de espera del cliente por unidad de tiempo por unidad de demanda.

$$\lambda_j(S) = \sum_{i \in E_j(S)} \lambda_i, \text{ demanda agregada en la instalación } j.$$

$$\gamma_j = \sum_{i \in N} \lambda_i y_{ij}, \text{ para cada instalación } j \text{ en } S, \text{ equivalente a la demanda agregada en la instalación } j \text{ en } M.$$

$$W_q(\gamma_j, \mu, k_j) = \text{El tiempo de espera en cola esperado para cada estación } j \text{ en } M.$$

Variables de decisión:

x_j = variable binaria por la apertura de una instalación, siendo 1 el caso en que lo esté.
 y_{ij} = variable binaria de asignación de un punto de demanda i a una instalación j , siendo 1 el caso en que se abastece.

Según Winston, en 1994 [30], se puede calcular el W_q de la siguiente manera:

$$W_q = \frac{P(\gamma_j, \mu, k_j)}{\gamma_j(1-\rho_j)} \rho_j, \quad \rho_j < 1. \quad (47)$$

En donde $\rho_j = \gamma_j/\mu k_j$, y $P(\gamma_j, \mu, k_j)$ es la probabilidad de que todos los servidores k_j estén ocupados y es calculada de la siguiente manera.

$$P(\gamma_j, \mu, k_j) = \frac{(k_j \rho_j)^{k_j}}{(1-\rho_j)k_j!} \left(\frac{(k_j \rho_j)^{k_j}}{(1-\rho_j)k_j!} + \sum_{r=0}^{k_j-1} \frac{(k_j \rho_j)^r}{r!} \right)^{-1}. \quad \rho_j < 1. \quad (48)$$

Definidas las variables y la forma de calcular el tiempo de espera en cola esperado, se pasa a definir el problema:

$$\min Z = \sum_{j \in M} f_j x_j + g \sum_{j \in M} \sum_{i \in N} \lambda_i d_{ij} y_{ij} + h \sum_{j \in M} k_j + v \sum_{j \in M} \sum_{i \in N} \lambda_i y_{ij} W_q(\sum_{i \in N} \lambda_i y_{ij}, \mu, k_j). \quad (49)$$

Sujeta a las restricciones:

$$y_{ij} < x_j, \quad \forall j \in M, \forall i \in N. \quad (50)$$

$$\sum_{j \in M} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in N. \quad (51)$$

$$\sum_{k \in M} d_{ik} y_{ik} < (d_{ij} - L)x_j + L, \quad \forall j \in M, \forall i \in N. \quad (52)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in M. \quad (53)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in M, \forall i \in N. \quad (54)$$

$$k_j \geq \frac{\sum_{i \in N} \lambda_i y_{ij}}{\mu}, \text{ integer}, \quad \forall j \in M. \quad (55)$$

La función objetivo (49) es la suma de los costos de apertura, traslado, el costo variable por la cantidad de recursos y el costo esperado por la espera en cola. La restricción (50) prohíbe que se abastezca a un punto de demanda por una instalación que no está abierta. La restricción (51) establece que un punto de demanda solo puede ser abastecido por una instalación. La restricción (52), tiene una constante L , que es un número positivo muy grande. Las restricciones (53) y (54) establecen que las variables x_j e y_{ij} son binarias. La restricción (55) prohíbe un tiempo de espera negativo.

Los autores solucionan este problema con métodos metaheurísticos, ya que es altamente no lineal. A continuación se describe el proceso para encontrar la cantidad óptima de servidores, denotado también por el vector $\mathbf{K}^*(S)$, ya teniendo el set S : el **Algoritmo 1**. Primero se define una función objetivo específica para los costos relacionados solamente a la cantidad de servidores:

$$\min_{\{k; k_j \geq k_j^{\min}\}} \left\{ F(K) = h \sum_{j \in S} k_j + v \sum_{j \in S} \lambda_j(S) W_q \left(\sum_{i \in N} \lambda_i(S), \mu, k_j \right) \right\}. \quad (56)$$

En donde k_j^{\min} es la cantidad mínima de servidores por estación j , dada por la siguiente ecuación según Dyer y Proll [31]:

$$k_j^{\min} = \text{int} \left[\frac{\lambda_j(S)}{\mu} \right] + 1. \quad (57)$$

Algoritmo 1:

1. Seguir los pasos 1.1 al 1.5 para cada j en S
 - 1.1. Hallar $E_j(S)$, luego fijar $\lambda_j(S)$.
 - 1.2. Hallar $k_j = k_j^{\min} = \text{int} \left[\frac{\lambda_j(S)}{\mu} \right] + 1$.
 - 1.3. Si $F_j(k_j+1) - F_j(k_j) \geq 0$, entonces saltar al paso 1.5
 - 1.4. Fijar $k_j = k_j + 1$ y volver al paso 1.3
 - 1.5. Fijar $k_j^*(S) = k_j$ y $F_j(k_j^*(S))$.
2. Parar. $\mathbf{K}^*(S) = \{k_j^*(S) | j \in S\}$ es la asignación de servidores óptima y $F_j(k_j^*(S))$ es el costo óptimo.

El **Algoritmo 1** se ejecuta cuando ya se tiene un conjunto S de tiendas seleccionadas, por lo que primero se debe de conseguir. Es posible hacerlo con un problema de *Location Allocation* cualquiera como el median problem o el *Minimax Covering Problem*, según los criterios del decisor, sin embargo, Aboolian et al. [28], utilizan un modelo clásico de *Uncapacitated Facility Location Problem (UFLP)*. Además, no solamente consiguen un set S , sino varios, encontrando diferentes soluciones, para luego encontrar un $\mathbf{K}^*(S)$ para cada S , ya que es posible que la mejor configuración de las ubicaciones y las capacidades no se de para la mejor solución de ubicaciones, sino para la segunda, tercera o l . A continuación se define el *UFLP*:

$$\min Z = \sum_{j \in M} f_j x_j + g \sum_{j \in M} \sum_{i \in N} \lambda_i d_{ij} y_{ij}. \quad (58)$$

Sujeta a las restricciones:

$$y_{ij} < x_j, \quad \forall j \in M, \quad \forall i \in N. \quad (59)$$

$$\sum_{j \in M} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in N. \quad (60)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in M. \quad (61)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in M, \quad \forall i \in N. \quad (62)$$

Considérese el problema (*UFLP(l)*) de la siguiente manera:

$$\min Z_{UFLP(l)} = \sum_{j \in M} f_j x_j + g \sum_{j \in M} \sum_{i \in N} \lambda_i d_{ij} y_{ij}. \quad (63)$$

Sujeta a las restricciones (59)-(62) y la siguiente:

$$\sum_{j \in S^*(r)} x_j - \sum_{j \in M - S^*(r)} x_j \leq |S^*(r)| - 1, \quad \forall r = \{1, 2, \dots, l-1\}. \quad (64)$$

En donde $S^*(r)$ es el set óptimo de ubicaciones para (*UFLP(r)*), por lo cual, para resolver (*UFLP(l)*), es necesario resolver (*UFLP(r)*) para $r = 1, 2, \dots, l - 1$. Además, el (*UFLP(1)*) es el *UFLP* clásico, sin la restricción (63), siendo la mejor solución, (*UFLP(2)*) la seguida y así sucesivamente. La restricción (63) impide que se den las soluciones de $r = 1, 2, \dots, l - 1$ para el (*UFLP(l)*), es decir, se obliga al modelo a buscar otra solución óptima. A continuación se detalla el algoritmo para solucionar el problema completo de *LASCN*, llamando al **algoritmo 1** en el segundo paso.

Algoritmo 2

1. Teniendo $l=1$, $Z^A=\infty$ y $F^{min} = hk^{**} + v\gamma W_q(\gamma, \mu, k^{**})$, $\gamma = \sum_{i \in N} \lambda_i$ y $k^{**} = \arg \min_{k \geq \lceil \gamma/\mu \rceil + 1} \{hk + v\gamma W_q(\gamma, \mu, k)\}$; Solucionar el (UFLP(l)) y hallar $S^*(l)$, el set óptimo para (UFLP(l)). Establecer $Z_{UFLP(l)}^* = \sum_{j \in S^*(l)} \left(f_i + g \sum_{j \in E_j(S^*(l))} \lambda_i d_{ij} \right)$. Si $Z^A < Z_{UFLP(l)}^* + F^{min}$, ir al paso 4, de lo contrario continuar al 2.
2. $\forall j \in S^*(l)$, encontrar $K^*(S(l)) = \{k_j^*(S(l)) | j \in S(l)\}$ usando el **algoritmo 1** y establecer $F(K^*(S^*(l))) = h \sum_{j \in S(l)} k_j^*(S(l)) + v \sum_{j \in S(l)} \lambda_j(S(l)) W_q(\sum_{i \in N} \lambda_j(S(l)), \mu, k_j^*(S(l)))$.
3. Si $Z^A < Z_{UFLP(l)}^* + F(K^*(S^*(l)))$, entonces $Z^A = Z_{UFLP(l)}^* + F(K^*(S^*(l)))$, $S^A = S^*(l)$ y $K^A = K^*(l)$. Para encontrar la siguiente mejor solución fijar $l = l + 1$ y volver al paso 1.
4. Parar. Las ubicaciones óptimas según este método son S^A , el vector de asignación de servidores es K^A y la función objetivo es Z^A .

CAPÍTULO III: DESCRIPCIÓN DE LA ORGANIZACIÓN

Domino's Pizza, una franquicia estadounidense, sufrió una crisis online tan grande que tuvo que cerrar temporalmente sus operaciones a nivel nacional. En el 2015, un cliente encontró una cucaracha en la pizza y lo publicó en las redes sociales, volviéndose viral y dañando gravemente la imagen de la marca. La franquicia, luego, pasó de las manos del ex-ministro de Economía, Carlos Boloña, a las de la compañía DPP Corp. S.A., liderada por los empresarios José Luis Camino y Rafael Treistman. Esta empresa tendría un reto enorme en limpiar la imagen de la marca con el mercado peruano. La nueva y mejorada franquicia pasó por un proceso de reingeniería, rediseñando los procesos, cambiando sus estrategias de marketing e implementando sistemas de información nuevos, competitivos a nivel mundial.

En una entrevista con el Gerente General, José Luis Camino, el 26 de octubre del 2016, un día previo a la apertura, se dio a conocer la nueva estrategia de ventas, "Local Store Marketing", con la cual le dan un enfoque a la experiencia del usuario y buscan generar cercanía con él. Esto a través del constante contacto con él en todos los canales de venta, escuchándolo y pidiéndole siempre retroalimentación. Esta estrategia se complementa con el nuevo sistema llamado "Pulse", el mismo que se utiliza en Estados Unidos, que, además de administrar las órdenes y el abastecimiento de éstas, utiliza la tecnología de Big Data para una atención y ofertas personalizadas, al conocer los gustos de cada cliente. Se tiene planeado también introducir una nueva forma de venta: Food Trucks. Ésta ya existe en Estados Unidos y se piensa traer uno de los camiones para hacer una prueba. Éstos se pondrían en kermesses, conciertos u otros eventos masivos.

Domino's quisiera abrir 100 locales en todo el Perú para el 2026, con una distribución de 40 tiendas en Lima y 60 en provincia. En un mediano plazo, se planea tener 50 tiendas abiertas para el 2021. Además, ya cuentan con un centro de distribución en Chorrillos con capacidad instalada para abastecer a éstas 50 tiendas, llamado "Comisariato". Calculan que, en promedio, abrir un local puede costar entre 250 mil y 300 mil dólares y cada uno puede dar un ingreso de 500 mil a 600 mil dólares al año, según el promedio a nivel mundial en Domino's Pizza. Actualmente la empresa cuenta con 11 tiendas en Lima y con un crecimiento del 15% anual desde que abrieron, a diferencia del promedio a nivel mundial de 11%.

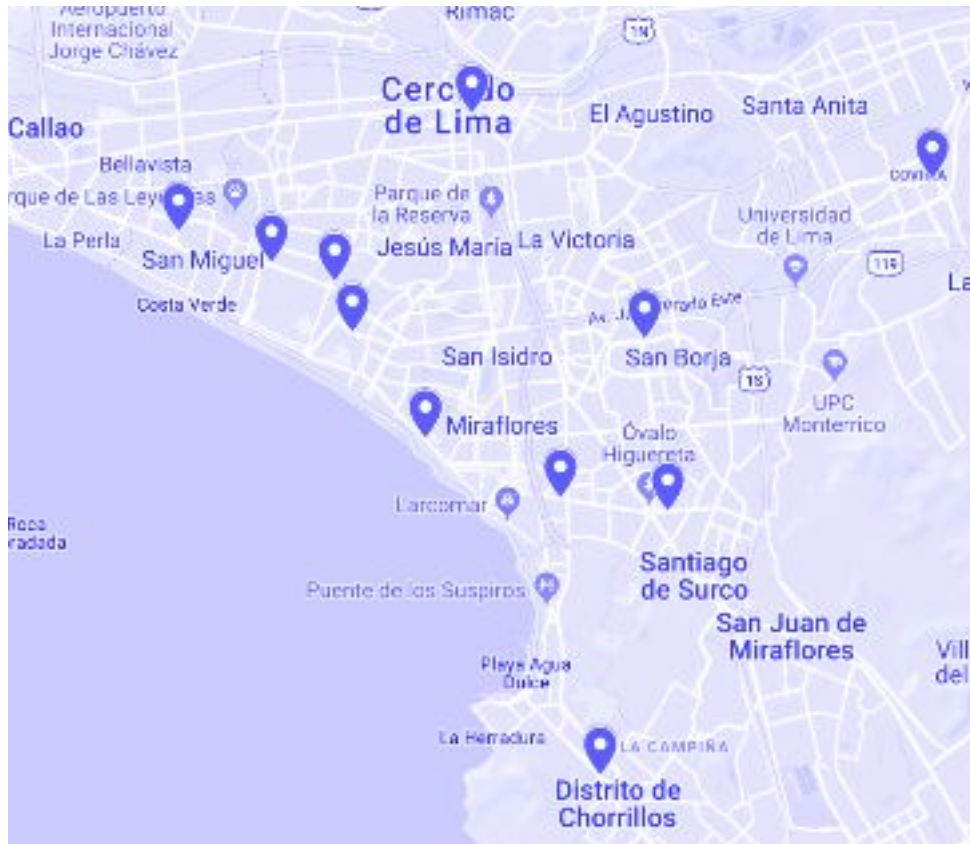


Fig. 4. Ubicaciones de Tiendas de Domino's Pizza

La empresa cuenta con cuatro canales de venta: digital, teléfono, pickup y tienda; ofreciéndole así al cliente una mayor comodidad debida a la flexibilidad. La distribución de las ventas de la compañía se ha venido dando de la siguiente manera: 50% delivery, 30% to go, y 20% dine in. Como se mencionó anteriormente, su estrategia es brindar un servicio personalizado, por lo cual invierten más en la calidad de servicio e imagen. Para empezar, todos los repartidores pasan por la “escuela de drivers”, en donde aprenden a manejar una moto de forma correcta y se les enseña a dar un buen servicio. Muchos de ellos llegan sin saber manejar ya que no es necesario tener una moto propia para trabajar, Domino's les proporciona una, de esta manera se tiene un mercado laboral más amplio.

La moto, al igual que el uniforme, da una buena imagen al cliente ya que siempre se mantiene limpia y pasa por mantenimientos. Otra razón por la cual Domino's utiliza solo sus propias motos es porque, al asumir también la gasolina y los mantenimientos, les ofrece a los repartidores un flujo de dinero constante, mas propinas y sin gastos operativos de qué preocuparse. Es importante brindarles una buena propuesta de valor ya que son la cara al cliente y necesitan estar contentos en el trabajo. Por esta razón, la empresa les ofrece bonos por

puntualidad y buen manejo. Está además en sus planes ofrecer a los repartidores un programa de financiamiento de motos, así también las cuidan mejor por sentirse responsables.

Según Cesar Saito, jefe de operaciones, los costos relacionados a la operación de delivery son los siguientes:

Costo de contratación por repartidor: S/. 1500

Costo de una moto: \$ 1500

Entrenamiento: S/. 200 con 20% de rotación de personal al año

Uniforme para un repartidor: S/. 400 dos veces al año

Mantenimiento rutinario mensual para una moto: S/. 70

Si se expresa todo mensualmente:

Costo de contratación por repartidor: S/. 1500

Costo de una moto: S/. 82.5, depreciado en 5 años con tipo de cambio de 3.3

Entrenamiento: S/. 6.7

Uniforme para un repartidor: S/. 66.7

Mantenimiento rutinario mensual para una moto: S/. 70

Si se toma el supuesto de que se tiene una moto para cada repartidor, entonces se pueden sumar todos los costos, alcanzando un total de S/. 1726 mensual por repartidor. Se puede interpretar por hora, tomando 25 días al mes y 8 horas laborables, como S/. 8.63 la hora.

El proceso de la elaboración de pizza comienza en el centro de acopio, en donde se elabora la masa, que es considerado por ellos el insumo más importante, y luego se envían éste y el resto de los insumos a las tiendas. En éstas, primero se amasa y precalienta la masa. Luego, se agrega la salsa de tomate, el queso, el resto de insumos que requiera la pizza, que dura 4 minutos aproximadamente, y se mete al horno, que dura 6 minutos exactos. Al final, los empleados se toman un tiempo para poner las Pizzas en cajas, que toma entre 30 segundos y 1 minuto y medio. En total, el proceso de preparación dura 11 minutos aproximadamente, sumados a los seis en promedio de la entrega.

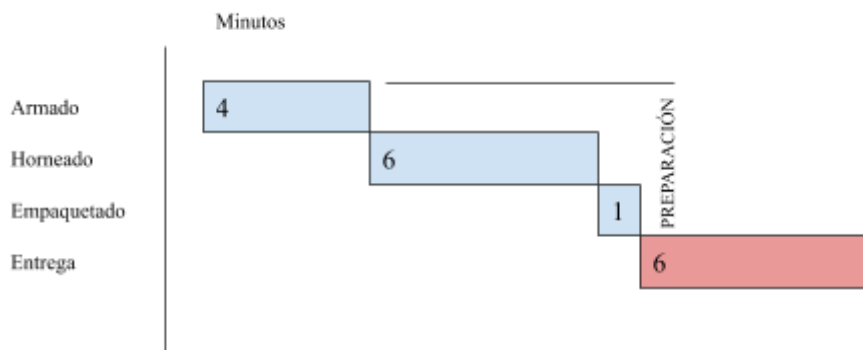


Fig. 5. Diagrama de Gantt del proceso de delivery. Elaboración propia.

Las tiendas tienen una zona de influencia en donde, según los jefes de operaciones, cualquier punto se puede alcanzar en seis minutos o menos, considerando el tráfico de hora punta. Este es el estándar establecido por la empresa, por eso, para lograr una mayor cobertura, tratan de posicionar sus tiendas a 12 minutos entre una y otra, cubriendo todo el terreno en el medio. Esta situación no siempre es el caso ya que influyen otros factores como la accesibilidad, la densidad de los clientes, los costos y el tamaño del local. Se dan los casos de que algunas tiendas están más cercanas de 12 minutos en moto entre sí y de que una tienda abastece una área más cercana a otra. Esta segunda situación, por más de que sea ineficiente para la distribución, puede facilitar la gestión de la operación en algunos casos.

En la presente tesis se plantea utilizar como estaciones una selección de tiendas actuales de una empresa, a partir de las cuales se abastecerá otras tiendas con repartidores, es decir, los repartidores ya no se encontrarían en todas las tiendas, sino en algunas pocas, de las cuales se movilizarían a la tienda que los requiera en el momento que los requiera. De esta manera, se tienen flotas compartidas entre un conjunto de tiendas, en donde se reduce la variabilidad de la demanda (ver sección IIA). Se supone que mientras menos establecimientos, menos costo de abrir, menos repartidores, pero menos cobertura.

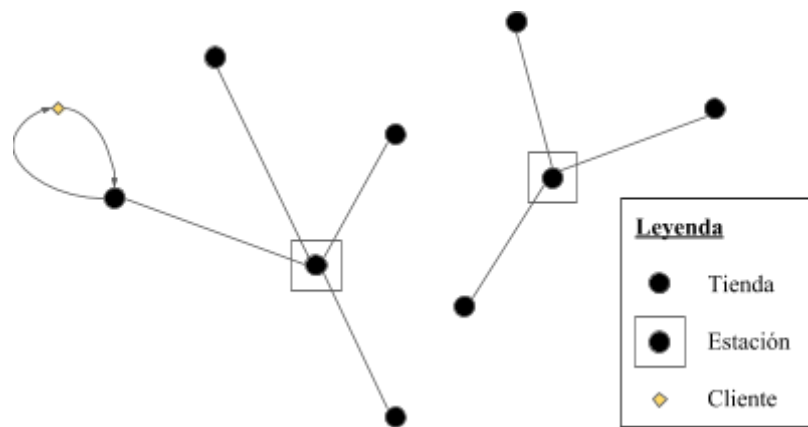


Fig. 6. Descripción gráfica de la modalidad de distribución propuesta.

Como se ve en la **figura 6**, de las nueve tiendas, se escogieron dos, que abastecerán con motos a una zona de tiendas. Cuando aparece aleatoriamente un pedido de un cliente, el repartidor va de la estación a la tienda que la requiere, recoge la mercancía, la entrega, y luego regresa a la tienda para entregar el dinero. Una vez que termina el servicio, el repartidor regresa a la estación para esperar algún pedido de otra tienda.

En esta modalidad, el consumidor final es el cliente de la tienda, la cual a la vez es cliente de la estación. Por esta razón, se tiene la demanda de un alimento y además la demanda de una moto. Ambos servicios se inician en el momento que llega un pedido. En ese momento, se empieza a preparar la pizza, al igual que el repartidor sale de la estación hacia la tienda que la prepara, para luego salir a dejarla. Se puede ver gráficamente el orden de los eventos en la **figura 6**. El tiempo de traslado de la estación a la tienda, se define como el de posicionamiento, $t_p(d_{ij})$. Como se da en paralelo el traslado del repartidor a la tienda y la preparación de la pizza, no se toma en cuenta el tiempo de posicionamiento, siempre y cuando éste sea menor. Esta

generalización, no siempre se da en la realidad ya que pueden haber colas en la preparación de pedidos, sin embargo, para fines analíticos no es posible considerarlas en el modelo explicado a continuación.

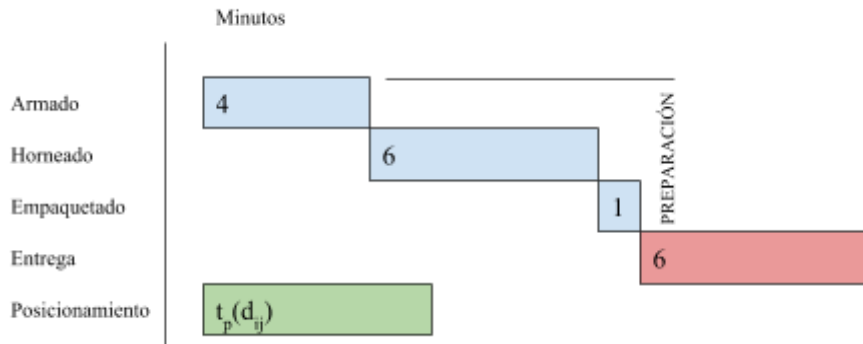


Fig. 7. Diagrama de Gantt del proceso de delivery para la modalidad propuesta. Elaboración propia.

Se lleva a cabo la solución de un modelo analítico para la propuesta modalidad, para esto, se simplifica a que los clientes, o puntos de demanda, serán las tiendas en sí, las cuales agruparán la demanda de los clientes como una variable aleatoria con una razón de llegada de pedidos λ_j . Teniendo cada estación una capacidad limitada de atención, puede darse el caso en que se formen colas de pedidos en espera, cuando llegan a una razón mayor. Por esto, se considera un modelo que contemple este factor, para poder definir qué capacidad se debe de instalar en cada estación.

A. Variables de decisión

Se plantea formular un modelo que logre tomar dos decisiones para reducir los costos logísticos mencionados en la introducción, sea $G(M, L)$ una red de nodos y enlaces, en donde cada nodo es una tienda:

- 1) la localización y cantidad de estaciones de repartidores para abastecer las tiendas, representadas en el subconjunto de M, S . Sabiendo previamente las ubicaciones de las tiendas $i \in N$, se puede simplificar esta decisión a qué conjunto de tiendas i se utilizan como estación, expresada por la variable $y_i \in \{0, 1\}$, siendo 1 si se utiliza la tienda como estación, y a qué tiendas $j \in N$ abastece, expresada por la variable $x_{ij} \in \{0, 1\}$, siendo 1 que se abastece cierta tienda con la estación.
- 2) El dimensionamiento de la flota por estación, expresado en cantidad de repartidores k .

B. *Variables independientes y parámetros.*

Para poder llegar a popular las variables de decisión mencionadas, se requiere formular y resolver un modelo de optimización, el cual utiliza cierta información de la empresa en cuestión. Esta información puede reflejarse en los siguientes parámetros definidos a continuación:

N = El set de tiendas, que a la vez son posibles ubicaciones para las estaciones.

S = El set de ubicaciones seleccionadas.

$E_j(S)$ = El set de tiendas que abastece cada estación j en S .

d_{ij} = Las distancias en kilómetros entre ubicaciones $i \in N$ y $j \in N$.

td_{ij} = Las distancias en minutos entre ubicaciones $i \in N$ y $j \in N$.

λ_i = La demanda de la empresa por ubicación i , en un periodo de tiempo pico, expresada como una tasa de llegada de pedidos por unidad de tiempo.

EW = El nivel de servicio o la promesa de tiempo de entrega máximo que la empresa tiene como política, expresado en minutos. Éste es un parámetro crucial para las tiendas de delivery, quienes dimensionan sus operaciones en base a él.

μ = La capacidad de atención para un repartidor. expresada en clientes por unidad de tiempo. Como se tienen dos etapas en el proceso, la preparación y el delivery, se define este valor como la inversa del tiempo total del proceso.

h = El costo variable en soles por cada repartidor, siendo éste el de contratación, entrenamiento, mantenimiento y otros expresados para un periodo de tiempo.

g = Costo por kilómetro trasladado.

L = El tiempo máximo aceptado de traslado entre una estación y una tienda cliente.

$\lambda_j(S) = \sum_{i \in E_j(S)} \lambda_i$, la demanda agregada en la instalación j , para todos sus puntos de

influencia.

$\gamma_j = \sum_{i \in N} \lambda_i y_{ij}$, equivalente a $\lambda_j(S)$.

Finalmente se reduce todo en el costo total, compuesto por el costo de apertura de establecimientos, el costo correspondiente a los repartidores, y el costo de pérdida de ventas.

C. Definiendo la demanda y las distancias entre tiendas

Se escoge una empresa de la cual se utilizan los datos para alimentar el análisis. Se obtiene primero la ubicación de un set de tiendas, con sus coordenadas si es posible, de lo contrario se pueden obtener utilizando métodos de internet como Google Maps. Luego, según información histórica proporcionada por la empresa, se puede identificar las horas punta y obtener la demanda por tienda en estas horas, la cual se expresa en una tasa de llegada de pedidos.

Una vez obtenidas las coordenadas por tienda, expresadas en las variables X_i y Y_i , se utiliza la herramienta *Google Maps* para obtener las distancias entre tiendas, en minutos y en kilómetros.

D. Modelo de optimización

Se utiliza el modelo de LASCN, Location and Allocation of Service units on a Congested Network, revisado en el marco teórico, ya que se puede solucionar analíticamente, con la posibilidad de dar soluciones más precisas, por lo cual muchos autores lo utilizan y luego lo adaptan a la realidad [24]. Se trata un sistema de colas M/M/k, que sí cuenta con fórmulas cerradas para calcular el tiempo de espera esperado. Se asume entonces que se tiene un tiempo de servicio de naturaleza “Memoryless”, lo cual no es exactamente cierto, pero es necesario para poder llegar a una solución analíticamente. Se desea utilizar este método para luego evaluar si es que el resultado es preciso o no en una prueba piloto.

Se desea minimizar el costo total del sistema, siendo éste la suma de los costos de transporte, el correspondiente al condicionamiento de las estaciones, el costo de espera en el sistema y el costo variable por repartidor. Estos costos son definidos matemáticamente en la sección **III C-5f**. Las variables ya fueron definidas en las secciones **IV A** y **IV B**, por lo que se procede a definir la función objetivo y las restricciones, citadas de la sección **III C-5f**.

Se desea minimizar la función objetivo:

$$\min Z = g \sum_{j \in M} \sum_{i \in N} \lambda_i d_{ij} y_{ij} + h \sum_{j \in M} k_j + v \sum_{j \in M} \sum_{i \in N} \lambda_i y_{ij} P[W_{sistema} > EW](\lambda_i, \mu, k_j). \quad (69)$$

Sujeta a las restricciones:

$$y_{ij} < x_j, \quad \forall j \in M, \quad \forall i \in N. \quad (70)$$

$$\sum_{j \in M} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in N. \quad (71)$$

$$\sum_{k \in M} td_{ik} y_{ik} < L \quad \forall j \in M, \forall i \in N. \quad (72)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in M. \quad (73)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in M, \forall i \in N. \quad (74)$$

La restricción (70) prohíbe que se abastezca a un punto de demanda por una estación que no está abierta. La restricción (71) establece que un punto de demanda solo puede ser abastecido por una estación. La restricción (72), tiene una constante L , que es un número positivo muy grande. Las restricciones (73) y (74) establecen que las variables x_j e y_{ij} son binarias. La restricción (75) prohíbe un tiempo de espera negativo.

E. Solución

Los modelos de Facility Location, dependiendo de la complejidad, pueden ser solucionados con métodos heurísticos o métodos exactos enteros o mixtos [15, 20, 22]. El propuesto, dada la complejidad en las ecuaciones correspondientes a la espera, debe de ser solucionado con métodos heurísticos. En el caso de la presente tesis, se adopta el método metaheurístico de solución propuesto por Aboolian et al. [28], en donde se resuelven l modelos de *Uncapacitated Facility Location Problem (UFLP)*, siendo $l = 1$ la mejor solución, y para cada una de estas se resuelve la cantidad óptima de repartidores y su respectivo costo. De esta forma, se encuentra un costo de repartidores mínimo local para cada $(UFLP(l))$ y finalmente uno global entre todas las soluciones de $(UFLP(l))$. A continuación se presenta el algoritmo completo de solución y nuevas variables para la realización de éste:

$k_j^*(S(l))$ = La cantidad óptima de repartidores requerida para la estación en j , en el $(UFLP(l))$.

$F(S(l))$ = El costo de asignación de repartidores para el $(UFLP(l))$.

$S^*(l)$ = El set óptimo para el $(UFLP(l))$.

Z^A = El costo total del sistema.

$Z_{UFLP(l)}^*$ = El costo óptimo de traslado y apertura de estaciones para el $(UFLP(l))$.

1. Teniendo $l=1$ y $\gamma = \sum_{i \in N} \lambda_i$;

1.1. Solucionar el (UFLP(l)) y hallar $S^*(l)$, el set óptimo para (UFLP(l)).

$$\min Z_{UFLP(l)} = g \sum_{j \in M} \sum_{i \in N} \lambda_i d_{ij} y_{ij}. \quad (76)$$

Sujeta a las restricciones:

$$y_{ij} < x_j, \quad \forall j \in M, \forall i \in N. \quad (77)$$

$$\sum_{j \in M} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in N. \quad (78)$$

$$\sum_{j \in M} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in N. \quad (78)$$

$$x_j \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in M. \quad (79)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall j \in M, \forall i \in N. \quad (80)$$

$$\sum_{j \in S^*(r)} x_j - \sum_{j \in M-S^*(r)} x_j \leq |S^*(r)| - 1, \quad \forall r = \{1, 2, \dots, l-1\}. \quad (81)$$

1.2.

2. **Algoritmo de dimensionamiento de flota:** $\forall j \in S^*(l)$, encontrar $\mathbf{K}^*(S(l)) = \{k_j^*(S(l)) | j \in S(l)\}$:

2.1. Seguir los pasos 2.1.1 al 2.1.5 para cada j en S

2.1.1. Hallar $E_j(S)$, luego fijar $\lambda_j(S)$.

2.1.2. Hallar el costo de órdenes perdidas, C_{espera} , simulando para $k_j = 1$ con los parámetros $\lambda_j(S(l))$ y μ .

2.1.3. Si $F_j(k_j+1) - F_j(k_j) \geq 0$, entonces saltar al paso 2.1.5

2.1.4. Fijar $k_j = k_j + 1$ y volver al paso 5.1.2

2.1.5. Fijar $k_j^*(S) = k_j$ y $F_j(k_j^*(S))$.

$$2.2. \quad F(\mathbf{K}^*(S^*(l))) = h \sum_{j \in S(l)} k_j^*(S(l)) + C_{espera}$$

3. Almacenar $Z(l) = F(\mathbf{K}^*(S^*(l))) + Z_{UFLP(l)}$

4. De todos los modelos l resueltos, buscar el $Z(l)$ menor y tomarlo como la solución óptima.

Se resuelve el modelo de LASCN para tres tiendas de Domino's Pizza para hacer una prueba piloto y poder validar el método. Como es un conjunto pequeño, $|S|$ es 1 y se decide la cantidad k de repartidores para tal estación.

F. Análisis de resultados

Se desea probar que el principio de Risk Pooling beneficia a la operación, reduciendo la cantidad de drivers necesarios para repartir cumpliendo su mismo nivel de servicio. Por esta razón, las variables que se compara entre la modalidad propuesta y la actual son el número de repartidores y la distribución de tiempos de servicio. Para poder comparar los resultados, se debe de buscar un día de similar demanda a la de los días en que se hicieron las pruebas. Como el costo operativo es básicamente variable en cuanto a cantidad de repartidores, no es necesario calcular el costo total, sin embargo, sí para una estimación del ahorro.

CAPÍTULO V: RESULTADOS

Se resolvió el problema para un set de 3 tiendas, las mismas mencionadas anteriormente, Sucre, La Marina y Magdalena, para probar si la modalidad propuesta reduce los costos de contratación. Lo más importante es probar que hay una mejora agrupando las demandas, si es así, la modalidad es validada y el algoritmo puede ser usado para cualquier empresa que tenga características similares de entrega. Se calcula la cantidad necesaria de repartidores para la estación, en este caso Sucre ya que está en medio, evaluando los costos de contratar y el de órdenes perdidas en función de la cantidad de repartidores.

A. Datos de entrada

Se colectó data de una semana, del 22 al 28 de octubre, en las tiendas de Sucre, La Marina y Magdalena, para los tiempos de entrega y de preparación, al igual que las horas de llegada de los pedidos y la cantidad de repartidores que operaron. Esto a través de un sistema propio de la empresa llamado Pulse. Se notó fuerte estacionalidad para los días de la semana al igual que por las horas del día, siendo mayor la cantidad de pedidos los fines de semana (**Fig. 8**) y de 7 a 11 p.m (**Fig. 9**). Por esta razón, no se puede mezclar las llegadas de pedidos de los días de semana y horarios bajos en ventas con los tiempos mencionados.

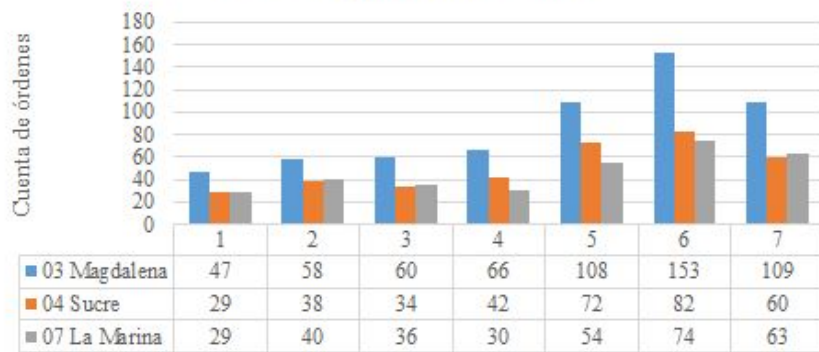


Fig. 8. Órdenes por día de semana

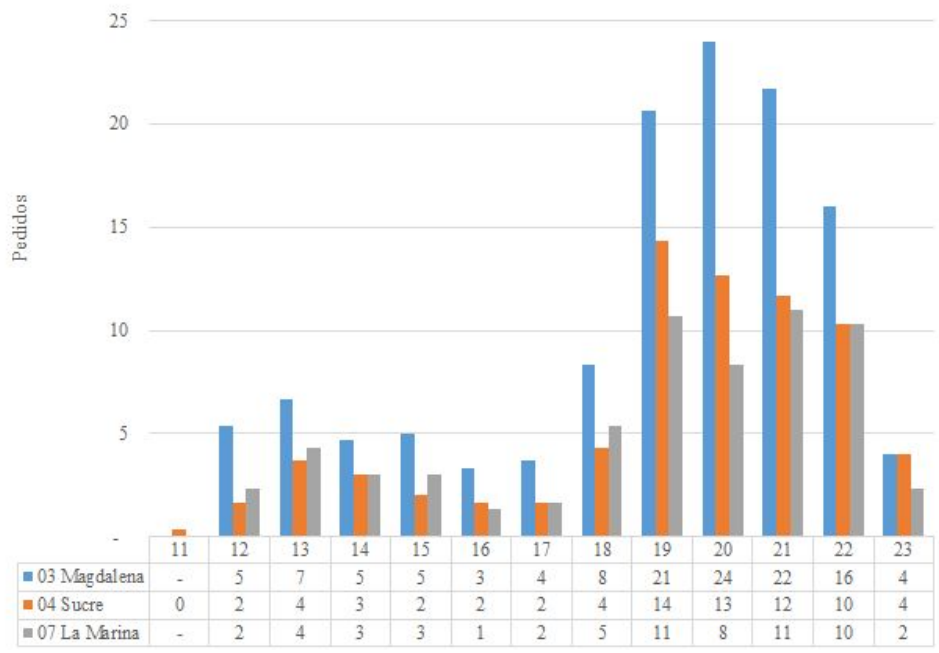


Fig. 9. Pedidos por día en promedio (viernes a domingo)

Se calculó cuántos repartidores operaron realmente cada hora (**Fig. 10**), lo cual difiere de la cantidad de ellos que estuvieron de turno, puede que algunos no tuvieron ningún pedido en determinada hora, por lo cual la cantidad en operación varía a lo largo del día. Ésta información es importante para comparar los resultados del algoritmo con la realidad.



Fig. 10. Cantidad de repartidores por hora

Se prueba con la prueba Chi-cuadrado, que la razón de llegadas puede ser descrita con una distribución de poisson. Se toma las llegadas de la tienda de Sucre para el análisis. Para el resto de las tiendas se asume que se comportan igual y se toma la tasa de llegadas promedio para cada una como parámetro. Se tomó 30 minutos como medida de observación ya que no se tenía tanta data para tomar horas. El resultado de la prueba fue un Chi-Cuadrado de 2.51 para 3 grados de libertad, dando así un p-value de 0.474, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se puede asumir que los tiempos entre llegadas se distribuyen de forma exponencial.

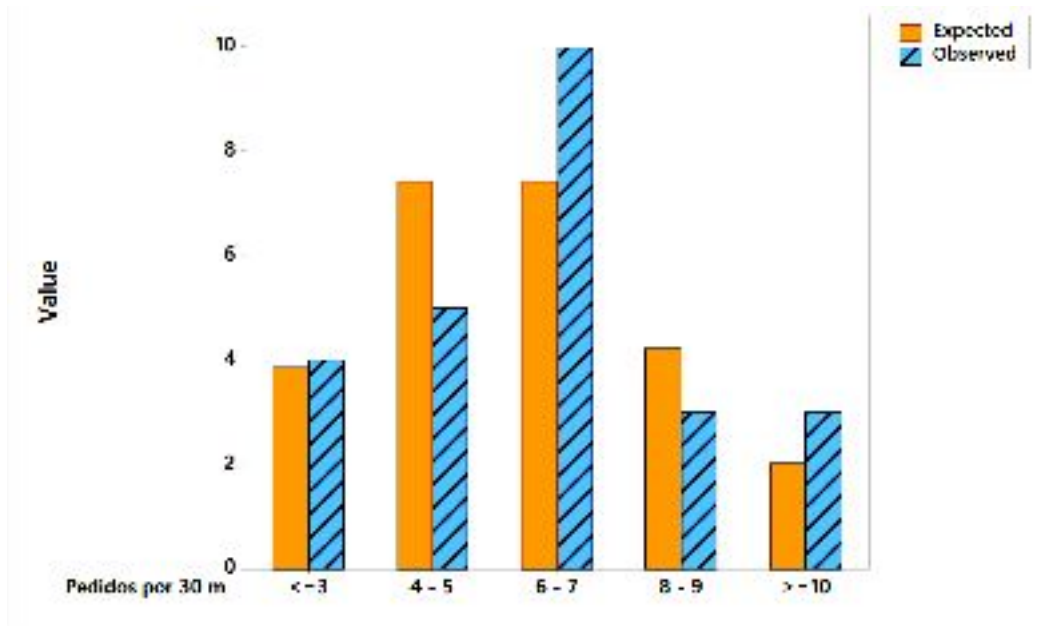


Fig. 11. Valores esperados contra reales de frecuencia de pedidos cada 30 minutos

TABLA IV
RESULTADOS DE CHI CUADRADO

Cantidad de pedidos cada 30 minutos	Observado	Probabilidad de Poisson	Esperado	Contribución a Chi-Sq
≤ 3	4	0.155	3.87	0.004
4-5	5	0.297	7.43	0.796
6-7	10	0.297	7.43	0.886
8-9	3	0.169	4.23	0.359
≥ 10	3	0.081	2.03	0.464

Como es mencionado en la sección **III**, el tiempo de armar una orden se compone por la preparación, el horneado y el empaquetado, lo cual no varía significativamente entre tiendas y no debería, según los gerentes de operaciones. Se asume que todos los tiempos de preparación se comportan igual que los de la tienda de La Marina, los cuales se pudieron describir con una distribución normal. Los tiempos de preparación en las tiendas de Sucre y Magdalena no se pudieron identificar con ninguna distribución conocida, probablemente porque de esas tiendas se tiene menos cantidad de pedidos para analizar, también podría ser el caso contrario, que la distribución probabilística de los tiempos de preparación no se comporten según una distribución normal. Como no se tiene más información para encontrar la distribución más cercana, se trabaja con lo que se tiene y se asume que todas las tiendas se comportan de la misma manera para atender que la de La Marina. Los promedios y desviaciones estándar son muy similares: 11.4 y 1.3 para Sucre; 10.6 y 1.2 para Magdalena; 10.7 y 1.1 para La Marina. (ANEXO A).

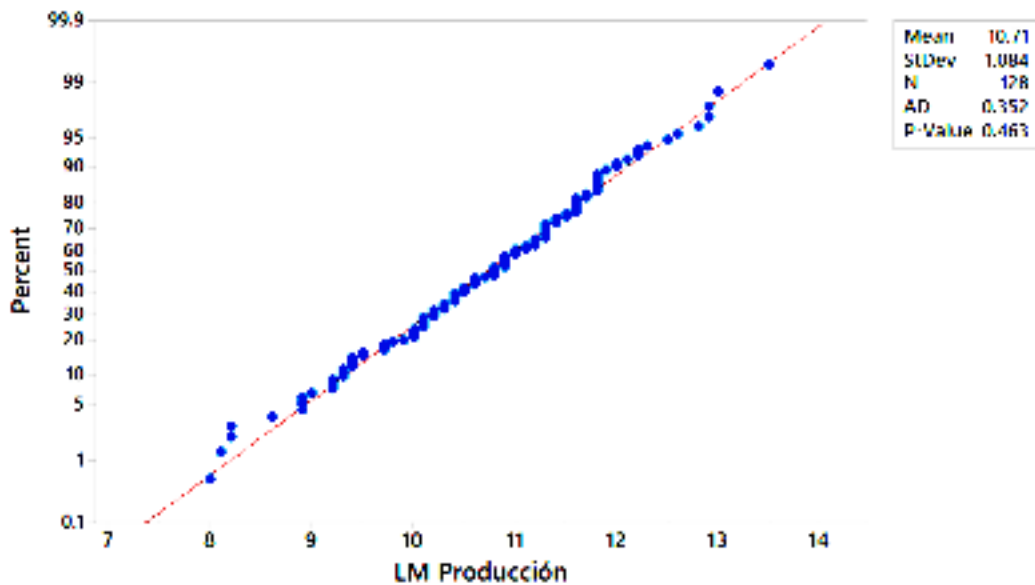


Fig. 12. Plot de probabilidad del tiempo de producción de pizzas en la tienda de La Marina.

No se pudo encontrar una distribución de probabilidad conocida que describa los tiempos de entrega para ninguna tienda. Esto podría ser porque el tiempo depende de varios factores como el tráfico, la distancia al cliente, la moto y el repartidor. Por esta razón se toma una distribución triangular (ANEXO B) para representar los tiempos de cada tienda en la simulación.

Distribution	AD	P	LRT P
Normal	12.300	<0.005	
Box-Cox Transformation	0.772	0.044	
Lognormal	0.839	0.030	
3-Parameter Lognormal	0.815	*	0.534
Exponential	17.912	<0.003	
2-Parameter Exponential	10.620	<0.010	0.000
Weibull	7.020	<0.010	
3-Parameter Weibull	4.478	<0.005	0.000
Smallest Extreme Value	32.671	<0.010	
Largest Extreme Value	1.213	<0.010	
Gamma	2.112	<0.005	
3-Parameter Gamma	1.750	*	0.003
Logistic	2.536	<0.005	
Loglogistic	0.869	0.014	
3-Parameter Loglogistic	0.815	*	0.479

Fig. 13. Distribution fit para tiempos de entrega en la tienda La Marina.

B. Comparación de Modalidades

A continuación se muestran los resultados de las simulaciones en el software *Arena* para una cantidad creciente de repartidores para tres modalidades diferentes, la actual, la propuesta y la propuesta sin la obligación de que los repartidores regresen a la estación, y luego una simulación utilizando un paquete de simulación para el lenguaje *Juila*. Se simuló para la hora punta, de 7 p.m. a 11 p.m. (4 horas), para un día de fin de semana promedio. Los costos en los resultados representan el total para el turno de noche (S/ 69.04) ya que los repartidores se contratan por turno y, fuera de la hora punta, la cantidad de órdenes perdidas es despreciable.

En la **figura 14** se muestran los resultados para las simulaciones de la situación actual en las tres tiendas, tomando como parámetros de entrada las variables discutidas. Se tiene una tabla resumen en el **ANEXO C**. En estas simulaciones, cada tienda tiene su propia flota y se va incrementando un repartidor a cada tienda según los tiempos de espera en cola, es decir, se le aumenta el k a la tienda que tiene un mayor tiempo de espera. Según los resultados, el tamaño de flota óptimo es de 26 repartidores para ésta modalidad.

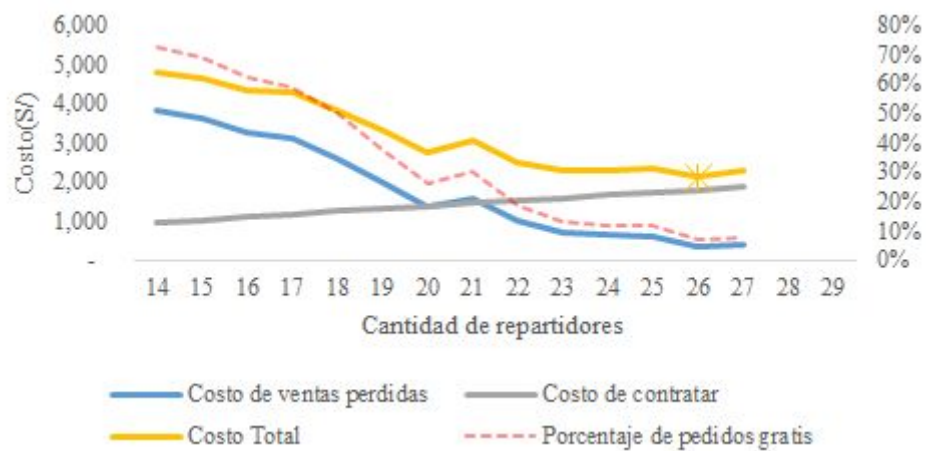


Fig. 14. Resultados de simulación de situación actual

Luego, se pone a prueba la modalidad propuesta (**figura 15**), asumiendo que los repartidores deben de volver a la estación al finalizar un servicio, antes de aceptar otro. En este caso, el costo total es mayor a la situación actual. Esto se debe a que los repartidores están más tiempo ocupados, lo cual reduce significativamente su capacidad de atender. Para esta modalidad, el tamaño óptimo de flota es de 28.

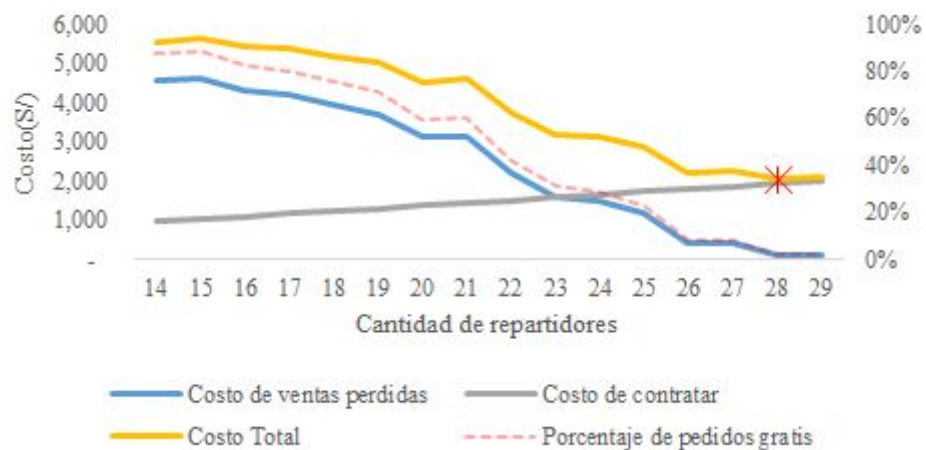


Fig. 15. Resultado de simulación compartiendo flota con retorno a Sucre obligatorio.

Se relaja la restricción de que los repartidores deben de volver a la estación, por lo cual se quedan atendiendo en la tienda que estén, siempre y cuando haya pedidos encolados. De lo contrario, se mueven a otra tienda que los necesite. Ésta modalidad fue la que dio mejores resultados, pudiéndose así reducir la cantidad óptima de repartidores a 20, esto significa una reducción de seis repartidores por turno nocturno para los días de fin de semana. Ésto significa

144 horas hombre menos sólomente para este turno en el fin de semana, que se refleja en un ahorro de S/ 1,243.

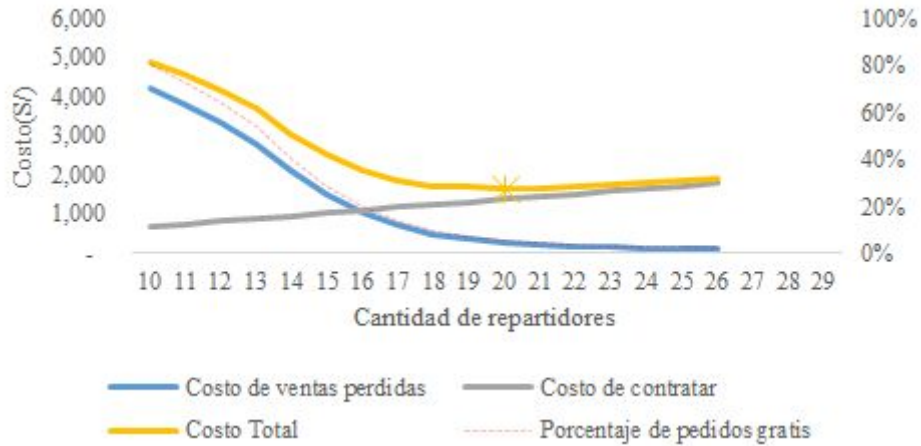


Fig. 16. Resultados de simulación compartiendo flota con retorno flexible.

Se debe de poder automatizar la solución para el k óptimo, por lo cual es necesario programar la simulación en un software que lo permita. En éste caso, se utilizó el paquete para el lenguaje *Julia* llamado *SimJulia*. Con él, fue posible programar una función que encuentre el k óptimo para integrar a la solución del problema completo. Los resultados, sin embargo, no concuerdan con los de las simulaciones en *Arena*, debido a que no tiene la misma flexibilidad y se deben considerar ciertos supuestos: (i) el tiempo de entrega se comporta de la misma manera para cada tienda, (ii) el cluster de tiendas se comporta como una sola tienda, sin considerar las distancias de traslado entre ellas.

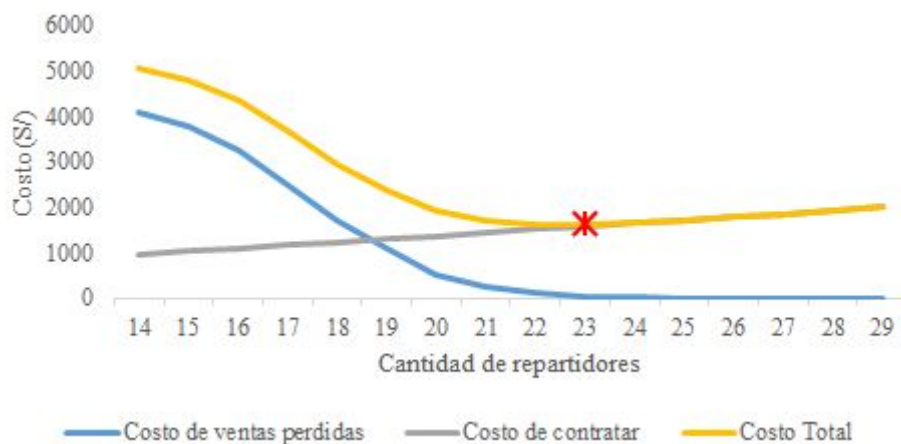


Fig. 17. Resultados de simulación con *SimJulia*.

C. *Resultados del algoritmo completo: Programación entera y simulación*

Se resolvió el modelo de programación entera *UFLP* para hallar todas las combinaciones posibles de abrir estaciones y se realizó 100 simulaciones con SimJulia, igual a como se hizo en la **sección VB**, para cada solución, obteniendo la cantidad de repartidores óptima para cada una. Se toman como datos de entrada para las variables aleatorias de tiempos de preparación y entrega los mismos que se tomaron anteriormente, presentados en el **ANEXO C**. En cuanto a la tasa de llegada de pedidos por hora, como solamente se tiene información para tres tiendas, se asume el promedio de éstas para el resto de tiendas (14 pedidos/hora). El costo de contratación y el largo de la simulación son los mismos que se utilizan para la **sección VB**, S/ 69.04 y 240 minutos, respectivamente.

Se obtiene, de la herramienta *Google Maps*, los tiempos en minutos y distancias en kilómetros entre las tiendas de la empresa, expresados en dos matrices (**ANEXO D**). Esta información se utiliza para establecer la restricción de nivel de servicio y para el cálculo del costo total de traslado adicional. Para este último se utiliza el costo de S/ 0.244 por km, obtenido de conversaciones con algunos repartidores y los gerentes de operaciones de Domino's Pizza (consumo de S/ 0.065/L y a un costo de S/ 3.75/L). El tiempo máximo entre tiendas se establece en 20 minutos, para permitir que se agrupen más tiendas.

Resolviendo todas las posibles configuraciones de estaciones a abrir, para la restricción de tiempo entre tiendas establecida, se obtuvo que en promedio, la cantidad de repartidores requeridos es menor para menos tiendas (ver **Figura 18**). Se explica el resultado por el *Pooling* de recursos, mientras más se agrupan las demandas, más se reduce la variabilidad de estas.

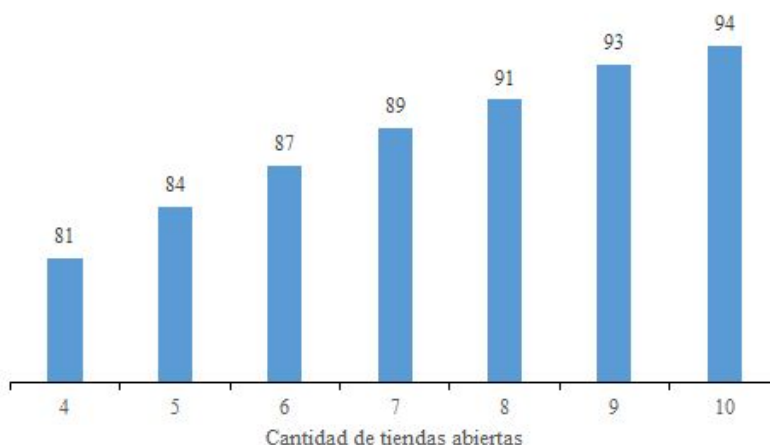


Fig. 18. Cantidad de repartidores promedio por cantidad de tiendas abiertas

Al reducirse la variabilidad de la demanda, se requieren menos repartidores para alcanzar un mismo nivel de servicio o se puede alcanzar un mejor nivel de servicio con la misma cantidad de repartidores. Por esta razón, se puede ver una combinación de mejora en cantidad de repartidores y en ahorro en órdenes perdidas, resumido en la **Figura 19**.

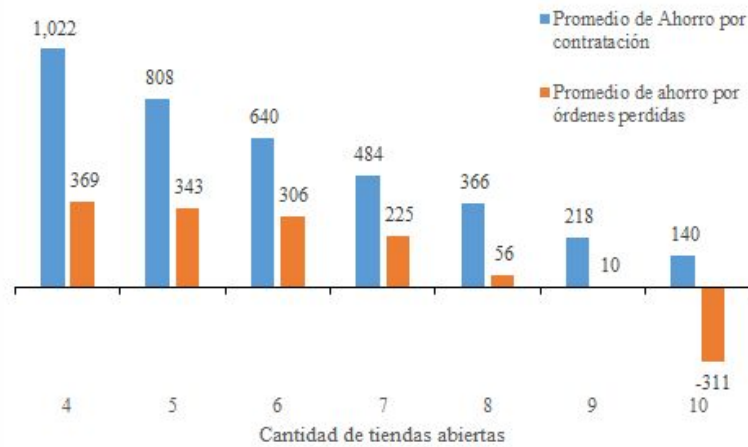


Fig. 19. Ahorro promedio en S/ por reducción de repartidores y por mejora en la cantidad de órdenes perdidas esperadas.

Existe un trade-off mínimo entre el ahorro en el costo de contratar repartidores y el costo adicional por traslado entre tiendas. Si se mantienen las 11 tiendas abiertas, no existe ningún costo adicional por traslado, ya que los repartidores no van de una tienda a otra. Cuando se agrupan las tiendas, para que la flota se pueda compartir, los repartidores tienen que ir de la tienda central a la tienda que lo requiere, lo cual significa un costo en el consumo de gasolina. Sin embargo, como se ve en la **figura 20**, este costo adicional es muy pequeño comparado con el ahorro en el costo de contratar.

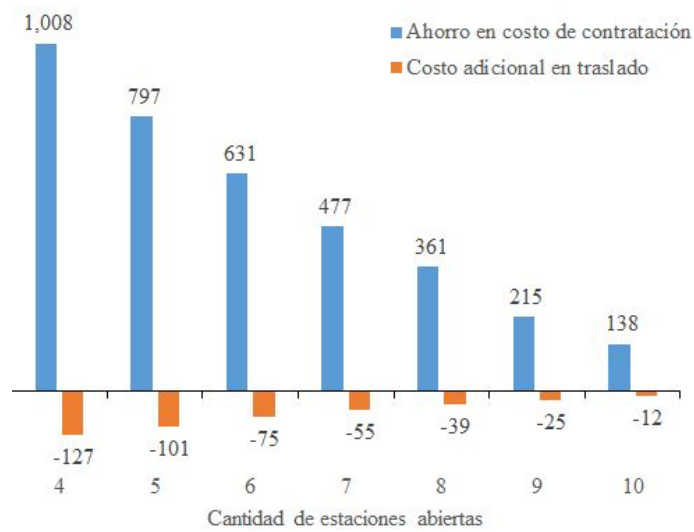


Fig. 20. Ahorro promedio en S/ por contratación y pérdida por traslados adicionales.

Se puede concluir que a menor cantidad de tiendas, menor es el costo en función del número de repartidores, según se ve en la **Figura 21**. En ésta, se ve que, en algunos casos se puede concluir al 95%, utilizando el análisis estadístico Test de T-Student para obtener los intervalos de confianza, que los modelos con cuatro estaciones abiertas tienen un menor costo que los de cinco estaciones abiertas. Entre las diferentes soluciones para un determinado número de estaciones abiertas no se puede concluir que hay uno óptimo, por lo cual para mostrar los resultados se presentará el que tiene el menor costo adicional de traslado, el modelo 1.

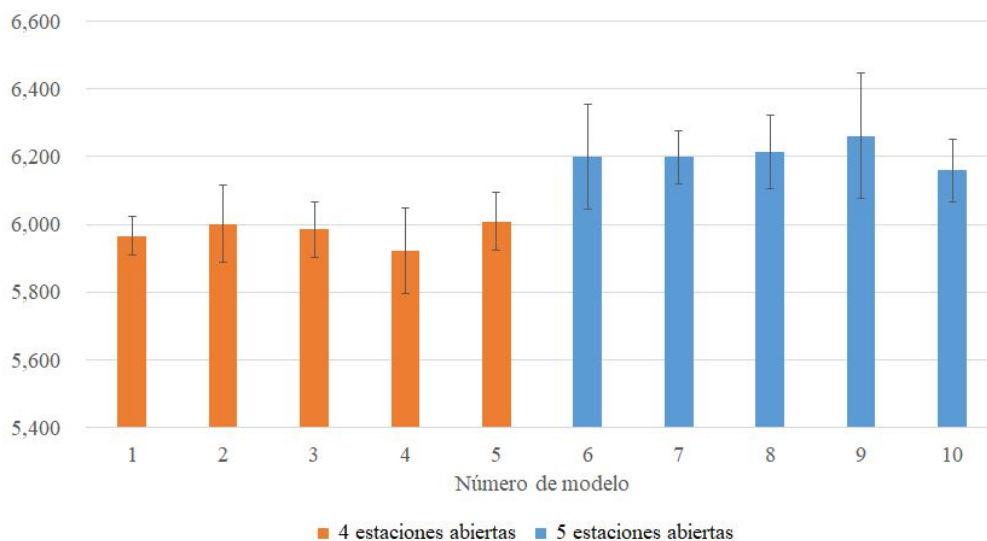


Fig. 21. Costo total para cada una de las primeras 10 iteraciones, con intervalos de confianza para alfa = 0.05.

La información mostrada es para un periodo de cuatro horas en un día de semana, el cual representa la hora pico. Se consideran los periodos de demanda alta desde las 7 p.m. hasta las 11 p.m. de viernes a domingo, para el resto, se toma un promedio y se denomina período de demanda baja. Tomando en cuenta 3 periodos de demanda alta para una semana y 11 de demanda baja para una semana, y asumiendo que los datos de entrada de la semana que Domino's Pizza proporcionó son representativos, se puede concluir que en una semana se puede ahorrar S/ 13,675 y S/ 711,114 en un año.

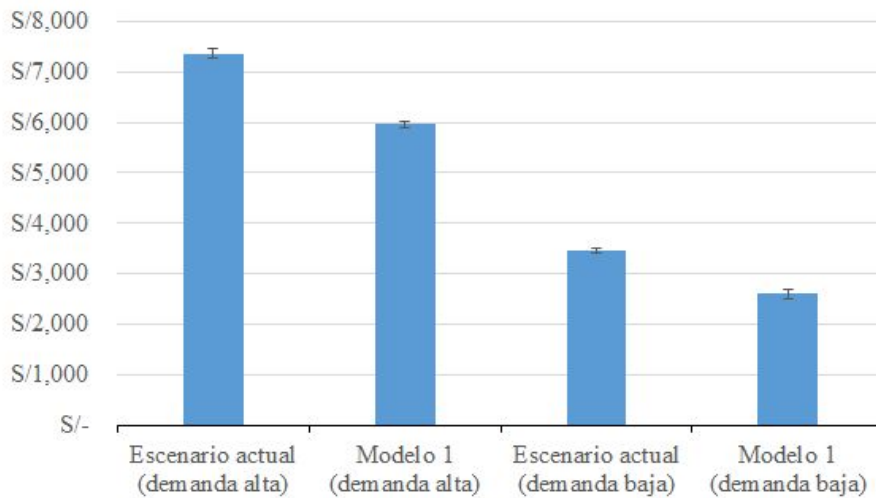


Fig. 22. Costo total para el modelo 1 comparado con la situación actual con demanda alta y demanda baja, con intervalos de confianza para $\alpha = 0.05$.

Ya que no se puede concluir cuál de las soluciones con cuatro estaciones abiertas es mejor, se recomienda la primera, la cual tiene el costo adicional de traslado óptimo para este grupo de soluciones. Las tiendas abiertas y sus coberturas pase pueden ver en el ANEXO E.

CAPÍTULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

La modalidad actual de entrega de Domino's Pizza es ineficiente por la poca flexibilidad que se tiene para atender los puntos de demanda. Las tiendas tienen una zona de influencia la cual no puede ser atendida por ninguna otra. Por lo tanto, si se forma una cola de pedidos en una tienda, no se tiene una forma de reducirla más rápido, por lo cual se generan más órdenes perdidas y se necesita contratar más repartidores para evitar ese inconveniente (o asumir la pérdida). Para ser más flexibles a la hora de atender la demanda, se pueden variar dos aspectos: (i) la rigidez de las zonas de influencia de las tiendas y (ii) la asignación de repartidores para las tiendas.

En la presente tesis, se analizó los efectos posibles de compartir los repartidores entre tiendas y se pudo ver una oportunidad significativa de mejora, calculada como 711 mil soles de ahorro al año si se agrupan las tiendas cercanas en *clusters*. Domino's Pizza solamente tiene 11 tiendas en Lima, de las cuales algunas no se pueden agrupar con otras por la lejanía entre ellas. A pesar de esto, la oportunidad de ahorro es una cifra significativa, lo cual significa, que para cuando la empresa abra más locales, lo cual está en sus planes, la oportunidad de ahorro por cantidad de tiendas será mayor aún. Por la misma razón, para empresas que tienen tiendas más cercanas unas con otras, la oportunidad de ahorro es mayor.

Con el análisis que se hizo para las tres tiendas cuya información la empresa compartió, en la sección **VB**, se puede concluir que la modalidad planteada inicialmente resulta más costosa que la actual, esto porque el repartidor toma más tiempo en atender una orden por tener que ir desde la estación y regresar a ella. Esto quiere decir que el recurso está en utilización por más tiempo, lo cual, lógicamente, reduce su capacidad de atender más clientes por unidad de tiempo. Dado esto fue que se planteó la segunda modalidad, en donde no es obligatorio que el repartidor regrese a la estación y, si hay más pedidos en donde se encuentra, puede seguir atendiéndolos. Ésta es la modalidad que se recomienda utilizar a la empresa, tomando las estaciones como punto medio referencial, al cual los repartidores pueden ir para esperar pedidos en caso de que no estén ocupados. La lógica de la simulación con en SimJulia no es exactamente la misma que ésta, lo cual sería la forma más representativa para obtener resultados simulados de ahorro. Sin embargo, el resultado de ahorro en la simulación para las tres tiendas son un intermedio entre ésta y la realidad y se puede tomar como referencia y además analizar las tendencias.

La modalidad planteada implica nuevos tramos de traslado, los traslados entre tiendas cuando un repartidor pasa a atender pedidos de otra. Se puede usar este argumento en contra de la modalidad propuesta, sin embargo, estos costos son insignificantes comparados con el ahorro potencial en contratación, representan un 13% de los ahorros. Además, es probable que este costo no siempre se de en la práctica, ya que no es necesario que los repartidores regresen a la estación antes de atender otro pedido. Probablemente, este costo tenga más protagonismo en una situación en la cual se tenga menor impacto en los costos de contratación,

Teóricamente, se puede lograr el ahorro mencionado, sin embargo, en la práctica, surgen ciertas complicaciones operativas para lograr la compartición de repartidores. Actualmente, cada tienda opera con su propio entorno de manejo de flota en el sistema Pulse, en el cual no se puede manejar una flota compartida. Para que se pueda implementar la modalidad propuesta, se deberá de invertir en el desarrollo de software para el manejo de la flota, cuyo costo debe de ser considerado en la evaluación de la modalidad. De forma provisional, se podría manejar la operación de la modalidad de flotas compartidas entre cualquier tienda, sin estación, propuesta en la **sección VB** coordinando entre jefes de operaciones entre las diferentes tiendas según la cantidad de pedidos que se tengan en cola y la cantidad de repartidores disponibles.

Se pueden utilizar los resultados para recomendar qué tiendas agrupar, sin embargo, como la demanda de las tiendas cambia día a día y además no se tuvo la demanda de algunas tiendas como datos de entrada, no se puede recomendar qué cantidad de repartidores se deben de poner en cada tienda. Los datos de entrada fueron los de una sola semana y además de solamente tres tiendas. Éstos sirvieron para probar conceptualmente el modelo y calcular un estimado de ahorros, si es que se asume esa data como representativa para todas las tiendas. Se podría utilizar el modelo nuevamente con las demandas proyectadas por tienda y entonces sí se puede recomendar cuántos contratar.

El modelo formulado en el presente estudio es la primera versión de lo que se puede lograr como solución para la empresa y para otras similares. Aún quedan modificaciones por hacer para que sea más representativo, como también más rápido. El algoritmo ya permite como datos de entrada una cantidad cualquiera de tiendas, con diferentes demandas y diferentes tiempos de servicio, por lo cual puede servir para cualquier otra empresa que haga entregas a domicilio de un solo punto de entrega por ruta. También se puede modificar la forma en que

ocurre la simulación, para ser adaptada para otras empresas, el modelo es flexible para la empresa que se vaya a analizar.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

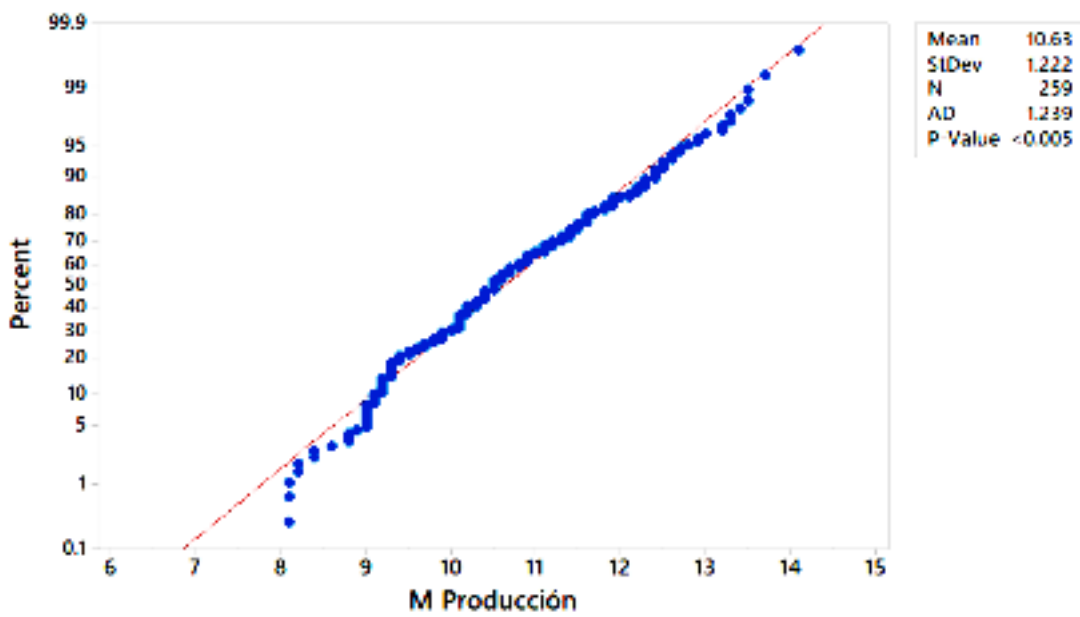
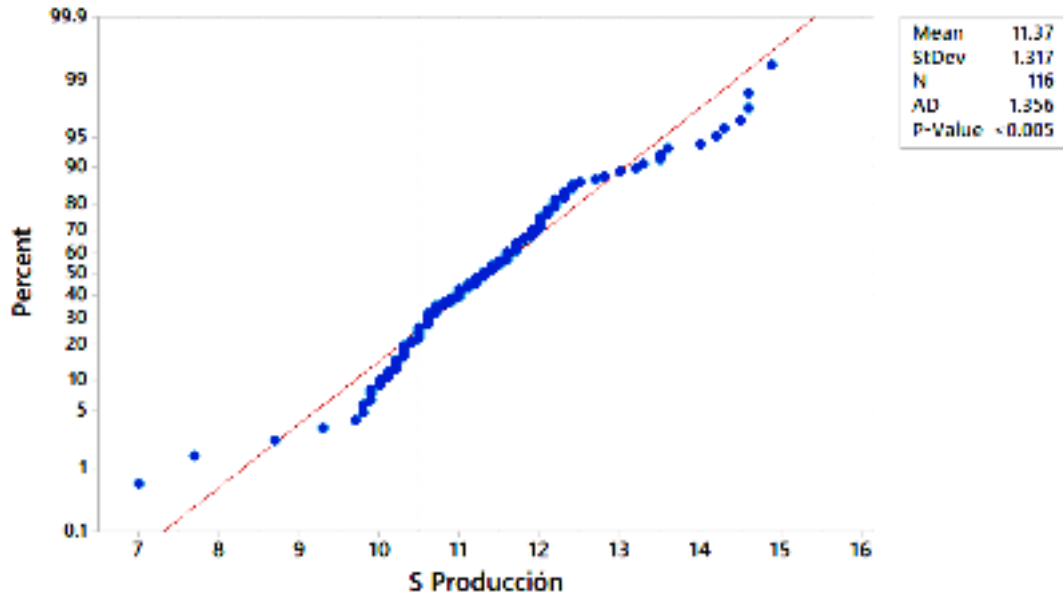
- [1] J. Álvarez, «El e-commerce en el Perú crecería un 16% para el 2018», *Seminarium.pe*, 2018.
- [2] G. Schliwa, R. Armitage, S. Aziz, J. Evans, y J. Rhoades, «Sustainable city logistics — Making cargo cycles viable for urban freight transport», *Research in Transportation Business & Management*, vol. 15, pp. 50-57, 2015.
- [3] R. Gevaers, E. Van de Voorde, y T. Vanelslander, «Assessing characteristics of innovative concepts in last-mile logistics and urban», 2009.
- [4] G. Ghiani, G. Laporte, y R. Musmanno, *Introduction to Logistics Systems Management*. 2013.
- [5] A. J. Schmitt, S. A. Sun, L. V. Snyder, y Z.-J. M. Shen, «Centralization versus decentralization: Risk pooling, risk diversification, and supply chain disruptions», *Omega*, vol. 52, pp. 201-212, 2015.
- [6] G. D. Eppen, «Note—Effects of Centralization on Expected Costs in a Multi-Location Newsboy Problem», *Manage. Sci.*, vol. 25, n.º 5, pp. 498-501, 1979.
- [7] X. Chen, M. Sim, D. Simchi-Levi, y P. Sun, «Risk Aversion in Inventory Management», *Oper. Res.*, vol. 55, n.º 5, pp. 828-842, 2007.
- [8] S. H. Owen y M. S. Daskin, «Strategic facility location: A review», *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 111, n.º 3, pp. 423-447, 1998.
- [9] R. Z. Farahani y M. Hekmatfar, *Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies*. Springer Science & Business Media, 2009.
- [10] A. Weber, *Theory of the location of industries*. 1929.
- [11] G. Laporte, S. Nickel, y F. S. da Gama, «Introduction to Location Science», en *Location Science*, 2015, pp. 1-18.
- [12] M. Zarinbal, «Distance Functions in Location Problems», en *Contributions to Management Science*, 2009, pp. 5-17.
- [13] L. Cooper, «Location-Allocation Problems», *Oper. Res.*, vol. 11, n.º 3, pp. 331-343, 1963.
- [14] M. Jamshidi, «Median Location Problem», en *Contributions to Management Science*, 2009, pp. 177-191.
- [15] Z. Azarmand y E. Neishabouri, «Location Allocation Problem», en *Contributions to Management Science*, 2009, pp. 93-109.
- [16] R. W. S. C. S. ReVelle, «Central Facilities Location», *Geographical Analysis*, 1970.
- [17] M. Daskin, «Network and Discrete Location: Models, Algorithms and Applications», *J.*

- Oper. Res. Soc.*, vol. 48, n.º 7, pp. 763-763, 1997.
- [18] *Network and Discrete Location: Models, Algorithms, and Applications, Second Edition*. 2013.
- [19] R. Church y C. ReVelle, «The maximal covering location problem», *Pap. Reg. Sci.*, vol. 32, n.º 1, pp. 101-118, 1974.
- [20] H. Calik, M. Labbé, y H. Yaman, «p-Center Problems», en *Location Science*, 2015, pp. 79-92.
- [21] S. L. Hakimi, «Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of a Graph», *Oper. Res.*, vol. 12, n.º 3, pp. 450-459, 1964.
- [22] O. Berman y D. Krass, «Stochastic Location Models with Congestion», en *Location Science*, 2015, pp. 443-486.
- [23] O. Berman y D. Krass, «Facility Location Problems with Stochastic Demands and Congestion», en *Facility Location*, 2002, pp. 329-371.
- [24] B. Boffey, R. Galvão, y L. Espejo, «A review of congestion models in the location of facilities with immobile servers», *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 178, n.º 3, pp. 643-662, 2007.
- [25] O. Baron, O. Berman, y D. Krass, «Facility Location with Stochastic Demand and Constraints on Waiting Time», *Manufacturing & Service Operations Management*, vol. 10, n.º 3, pp. 484-505, 2008.
- [26] Y. Zhang, O. Berman, P. Marcotte, y V. Verter, «A bilevel model for preventive healthcare facility network design with congestion», *IIE Trans.*, vol. 42, n.º 12, pp. 865-880, 2010.
- [27] C. H. D. Gross, *Fundamentals of queueing theory*, vol. 2nd. Edition. New York: Wiley, 1985, p. 255.
- [28] R. Aboolian, O. Berman, y Z. Drezner, «Location and allocation of service units on a congested network», *IIE Trans.*, vol. 40, n.º 4, pp. 422-433, 2008.
- [29] O. Berman y Z. Drezner, «The multiple server location problem», *J. Oper. Res. Soc.*, vol. 58, n.º 1, pp. 91-99, 2007.
- [30] W. L. Winston, *Solutions Manual: Operations Research: Applications and Algorithms, Third Edition : Introduction to Mathematical Programming : Applications and Algorithms, Second Edition*. Brooks/Cole Publishing Company, 1994.
- [31] M. E. Dyer y L. G. Proll, «Note—On the Validity of Marginal Analysis for Allocating Servers in M/M/cQueues», *Manage. Sci.*, vol. 23, n.º 9, pp. 1019-1022, 1977.

ANEXOS

ANEXO A

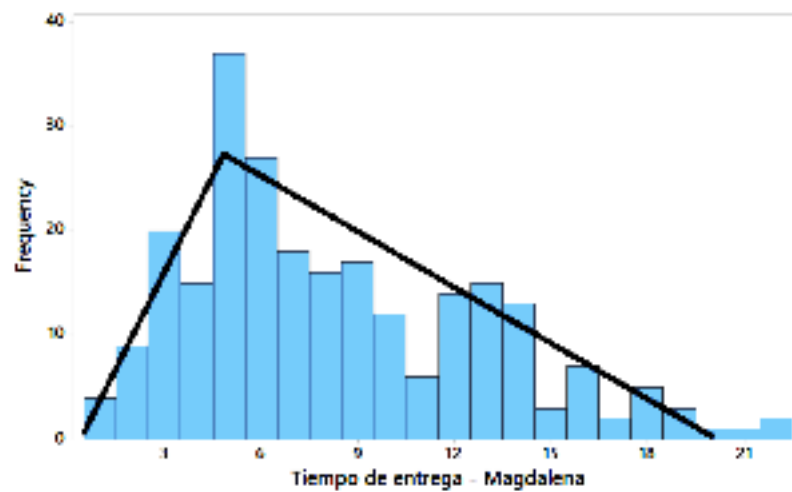
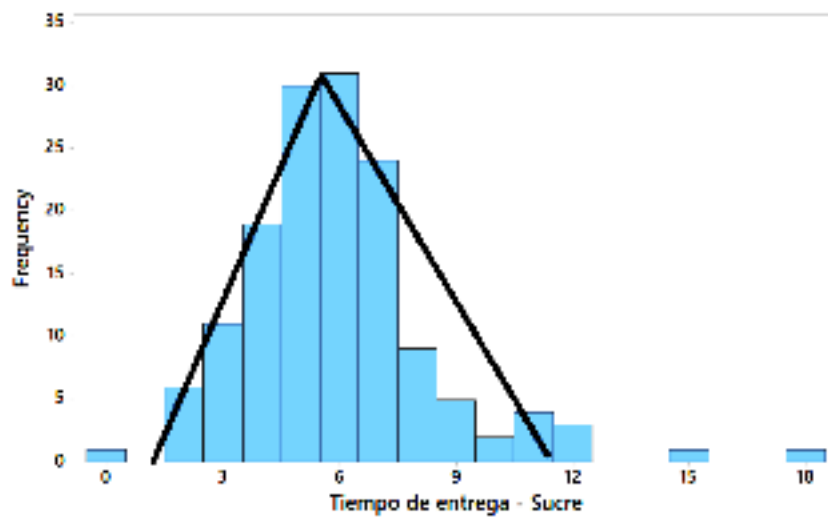
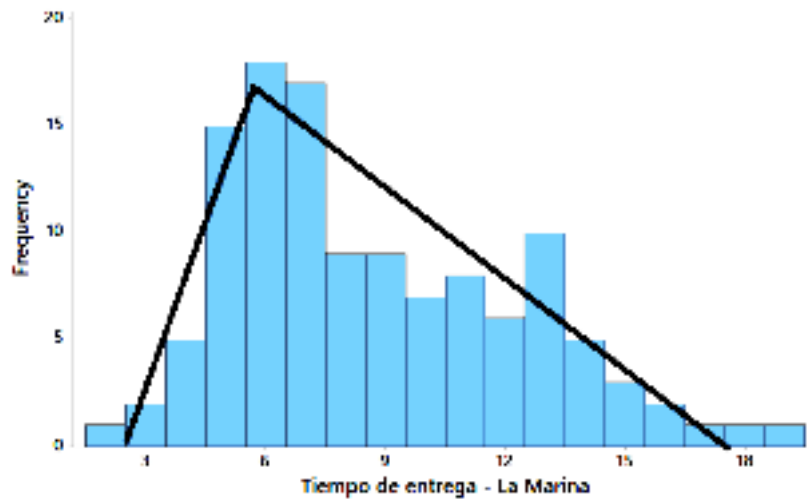
TEST DE ANDERSON-DARLING PARA EL TIEMPO DE PRODUCCIÓN EN LA TIENDA DE SUCRE Y MAGDALENA



T de producción para Magdalena

ANEXO B

HISTOGRAMA Y DISTRIBUCIÓN TRIANGULAR AJUSTADA PARA LOS TIEMPOS DE ENTREGA EN LA TIENDA DE LA MARINA SUCRE Y MAGDALENA



ANEXO C

TABLA DE RESUMEN DE DATOS DE ENTRADA

Tienda	Promedio de Tiempo de preparación	Desviación estándar de tiempo de preparación	Llegadas por hora promedio	Distrib. Triangular : Mínimo	Distrib. Triangular : Medio	Distrib. Triangular : Máximo
Magdalena	10.71	1.08	21	1	5	20
Sucre	10.71	1.08	12	2	6	12
La Marina	10.71	1.08	10	3	6	18
SimJulia	10.71	1.08	43	1	6	16

ANEXO D

TABLAS DE DISTANCIA EN TIEMPO Y KILÓMETROS

Tiempo en minutos entre tiendas:

Tienda	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
1. Faucet	0.0	9.9	13.6	16.4	17.3	25.7	32.4	30.0	28.7	49.7	37.8
2. La marina	9.2	0.0	5.8	8.7	17.0	25.4	32.1	29.7	23.9	42.0	30.1
3. Sucre	14.2	5.8	0.0	7.5	18.7	26.9	33.6	31.3	20.8	41.7	29.8
4. Magdalena	18.3	12.0	9.3	0.0	11.2	19.3	25.9	23.6	27.0	35.5	23.6
5. Ejército	17.2	18.2	15.5	10.6	0.0	15.8	23.6	21.9	26.4	36.0	24.1
6. Miraflores	23.3	20.8	20.2	16.1	13.1	0.0	10.4	18.0	18.2	27.8	15.9
7. Surco	30.0	27.5	26.8	22.8	20.1	7.0	0.0	25.9	25.2	33.3	16.3
8. Chorrillos	30.1	27.6	27.0	22.9	20.2	18.5	25.2	0.0	30.2	39.8	27.9
9. Lima	28.4	27.0	26.4	28.4	28.2	22.7	30.2	33.9	0.0	36.0	24.0
10. La Molina	43.5	38.9	36.3	35.6	35.6	30.1	28.5	39.2	32.6	0.0	22.3
11. San Borja	33.0	24.7	22.0	21.4	21.4	15.8	18.2	27.1	18.3	21.2	0.0

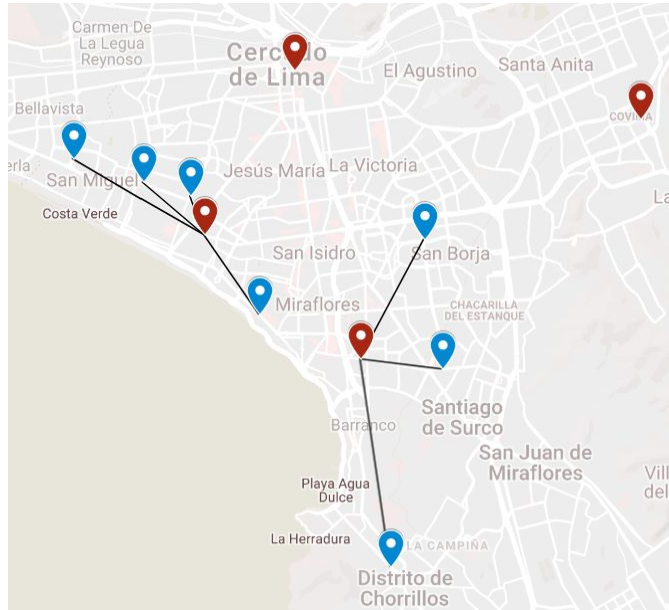
Distancia en kilómetros entre tiendas:

Tienda	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
1. Faucet	0.0	2.9	4.4	5.5	9.5	16.6	19.0	18.5	9.7	19.9	12.4
2. La marina	2.6	0.0	1.9	3.1	8.3	15.4	17.7	17.2	7.5	17.4	10.0
3. Sucre	4.5	2.0	0.0	2.2	5.9	13.7	16.1	15.6	6.0	16.5	9.1
4. Magdalena	9.3	4.2	2.8	0.0	3.7	11.8	14.2	13.7	10.1	15.0	7.6
5. Ejército	9.3	6.4	5.0	3.5	0.0	4.3	7.0	12.7	10.2	15.2	7.8
6. Miraflores	15.1	13.2	11.2	10.0	3.6	0.0	3.5	8.9	9.8	14.9	7.4
7. Surco	17.1	15.3	13.2	12.0	6.1	2.5	0.0	10.3	12.2	13.2	4.3
8. Chorrillos	18.3	16.5	14.4	13.2	11.5	8.6	10.9	0.0	17.4	22.5	15.0
9. Lima	10.4	8.3	7.2	8.7	10.4	10.4	12.9	18.0	0.0	16.5	9.0
10. La Molina	24.8	17.1	15.7	15.1	15.3	15.3	13.1	20.6	15.6	0.0	9.2
11. San Borja	12.4	9.8	8.4	7.8	8.0	8.0	5.1	15.7	8.3	9.1	0.0

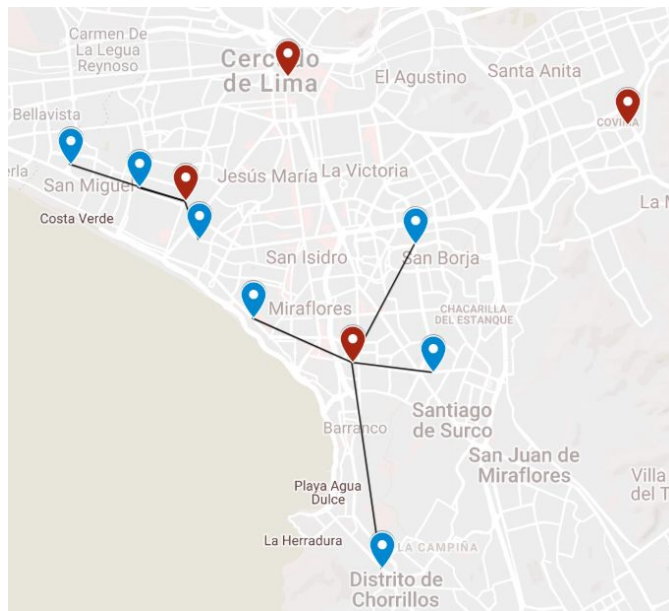
Distancia entre tiendas en km según *Google Maps*

ANEXO E

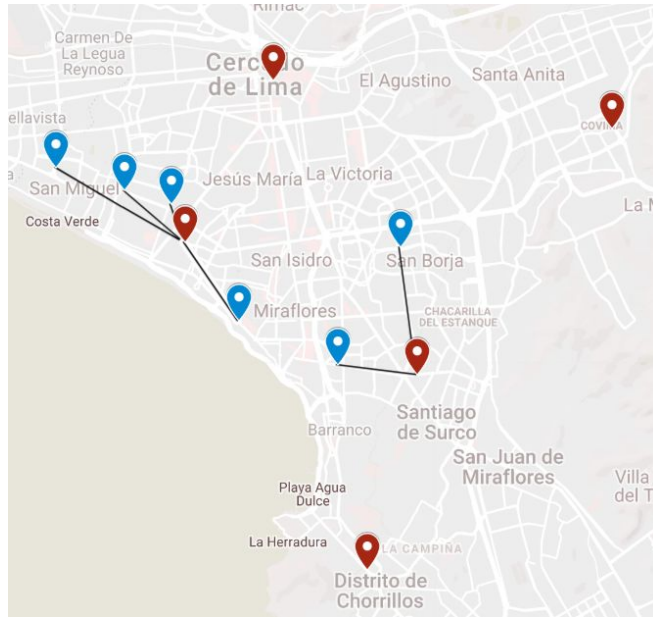
RESULTADOS DE ESTACIONES ABIERTAS Y SUS COBERTURAS PARA LOS MODELOS 2, 6 Y 7



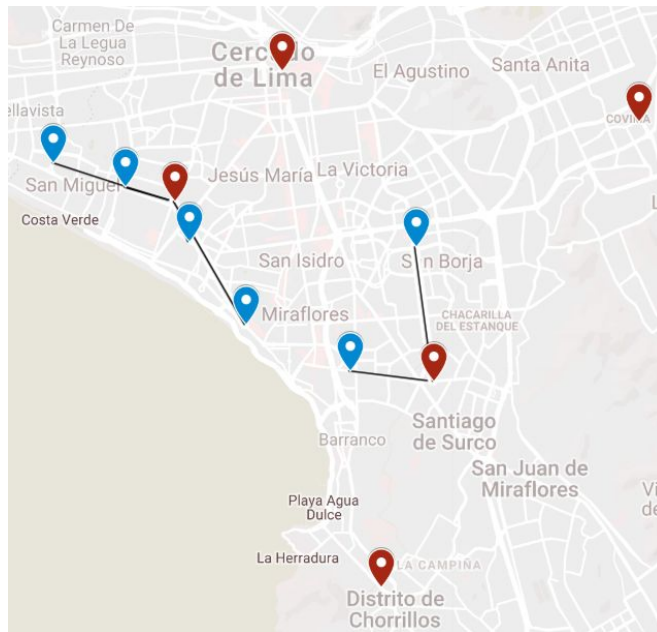
Modelo 1



Modelo 2



Modelo 6



Modelo 7