

UNIVERSIDAD DE INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA

CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA




**MODELADO Y VALIDACIÓN DE UN PROTOTIPO DE
LABORATORIO PARA SIMULAR LA DETECCIÓN
DE IMPACTO DE PROYECTILES CONSIDERANDO
EFECTOS MEDIOAMBIENTALES**

TESIS

Para optar el título profesional de Ingeniero Electrónico

AUTOR:

Eduardo Anderson Salvador Ñique 

ASESOR

Elvis Jara Alegria 

Lima - Perú

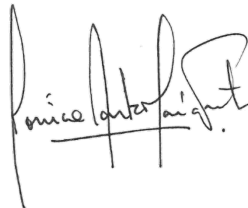
2023

DECLARACIÓN JURADA

Yo, Mónica Cecilia Santa María Fuster identificada con DNI No 18226712 en mi condición de autoridad responsable de validar la autenticidad de los trabajos de investigación y tesis de la UNIVERSIDAD DE INGENIERIA Y TECNOLOGIA, DECLARO BAJO JURAMENTO:

Que la tesis denominada “MODELAMIENTO Y VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DE UN SISTEMA DE DETECCIÓN DE IMPACTO DE PROYECTILES CONSIDERANDO EFECTOS MEDIOAMBIENTALES” ha sido elaborada por el señor Eduardo Anderson Salvador ique, con la asesoría de Elvis Jara Alegria, identificado con DNI 44008255, y que se presenta para obtener el título profesional de Ingeniero electrónico, ha sido sometida a los mecanismos de control y sanciones anti plagio previstos en la normativa interna de la universidad, encontrándose un porcentaje de similitud de 0%.

En fe de lo cual firmo la presente.



Dra. Mónica Santa María Fuster
Directora de Investigación

En Barranco, el 18 de diciembre del 2023

Dedicatoria:

A toda mi familia. En especial a mi madre Carmen y a mi tía Lourdes por todo el apoyo que me han brindado a lo largo de mi carrera universitaria.

Agradecimientos:

Agradecer en primer lugar a Dios por permitirme vivir experiencias inimaginables a lo largo de mi vida. También quisiera agradecer a todos mis profesores, en especial a mi asesor Elvis Jara, a mi directora Ruth Canahuire y a mi profesor Jimmy Tarrillo por las oportunidades brindadas, por su apoyo y sobre todo por compartirme todas sus experiencias a nivel académico. Un agradecimiento a todos mis amigos que me apoyaron en mi vida universitaria y me brindaron su apoyo cuando más lo necesitaba.

Índice general

	Pág.
RESUMEN	1
ABSTRACT	2
CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN	3
1.1 Antecedentes	7
1.2 Objetivos	10
1.2.1 Objetivo general	10
1.2.2 Objetivo específicos (OE)	11
CAPÍTULO 2 MARCO TEÓRICO	12
2.1 Competencias de tiro	12
2.2 Modelo teórico de propagación de sonido en gases	13
2.3 Métodos de modelamiento usados en esta Tesis	14
2.3.1 Modelamiento por triangulación	15
2.3.2 Modelamiento por redes neuronales artificiales	16
2.3.3 Modelamiento por regresión <i>Backfitting</i>	18
2.3.4 Modelamiento por regresión Causal Modificada	20
2.3.5 Modelamiento por regresión de soporte vectorial (<i>SVR</i>)	22
2.4 Estimación de parámetros de un modelo <i>NARX</i>	24
2.4.1 Estimación de parámetros estacionarios	24
2.4.2 Estimación de parámetros no estacionarios	25

CAPÍTULO 3 METODOLOGÍA	28
3.1 (OE1) Simulación de medidas de sensores	28
3.1.1 Análisis de las variables medioambientales	29
3.1.2 Datos simulados de los sensores	29
3.2 (OE2) Modelamiento del sistema basado en medidas simuladas	33
3.2.1 Modelamiento por triangulación	33
3.2.2 Modelamiento por redes neuronales	36
3.2.3 Modelamiento por RCAPE	38
3.2.4 Modelamiento por <i>backfitting</i>	39
3.2.5 Prueba de los modelamientos obtenidos por simulación	40
3.3 (OE3) Construcción de prototipo para obtención de datos experimentales . . .	40
3.3.1 Construcción del prototipo generador de sonido	42
3.3.2 Construcción del ambiente controlado	43
3.3.3 Obtención de datos experimentales	46
3.4 (OE4) Modelamiento del sistema basado en medidas experimentales	49
3.4.1 Modelamiento por redes neuronales	50
3.4.2 Modelamiento por RCAPE	50
3.4.3 Modelamiento por regresión <i>backfitting</i>	51
CAPÍTULO 4 RESULTADOS Y DISCUSIONES	52
4.1 Resultados obtenidos por simulación	52
4.2 Validación de los cuatro modelamientos usando datos experimentales	58
CONCLUSIONES	68
RECOMENDACIONES	70
ANEXO	72

Índice de tablas

4.1	Resultados obtenidos al estimar las coordenadas del eje x, y y la ubicación en general del impacto de proyectil simulado usando el modelamiento por redes neuronales.	53
4.2	Resultados obtenidos al estimar las coordenadas del eje x, y y la ubicación en general del impacto de proyectil simulado usando el modelamiento por RCAPE.	54
4.3	Resultados obtenidos al estimar las coordenadas del eje x, y y la ubicación en general del impacto de proyectil simulado usando el modelamiento por regresión <i>backfitting</i>	56
4.4	Resultados obtenidos al estimar las coordenadas del eje x, y y la ubicación en general del impacto de proyectil simulado usando el modelamiento por triangulación.	57
4.5	Resultados obtenidos al estimar las coordenadas del eje x, y y la ubicación en general de impacto de proyectiles obtenido experimentalmente usando el modelamiento por redes neuronales.	60
4.6	Resultados obtenidos al estimar las coordenadas del eje x, y y la ubicación en general del impacto de proyectiles obtenidos experimentalmente usando el modelamiento RCAPE.	61
4.7	Resultados obtenidos al estimar las coordenadas del eje x, y y la ubicación en general del impacto de proyectiles obtenidos experimentalmente usando el modelamiento de regresión por <i>backfitting</i>	63

4.8 Resultados obtenidos al estimar las coordenadas del eje x, y y la ubicación en general del impacto de proyectiles obtenidos experimentalmente usando el modelamiento por triangulación. 64

Índice de figuras

1.1	Blanco de tiro agujereado.	5
2.1	Método de triangulación utilizando tres sensores para la estimación de un punto en el espacio bidimensional.	16
2.2	Diagrama de bloques de una neurona artificial.	16
2.3	Diagrama de bloques de una red de neuronas artificiales con dos capas ocultas.	18
2.4	Parametrización de puntos estimados con tendencias no lineales con <i>SVR</i> utilizando una regresión no lineal.	23
2.5	Crecimiento exponencial del factor de olvido en el método <i>EWP</i> usando $\alpha = 0,9$ y $\alpha = 0,7$ [11].	26
3.1	Simulación de la temperatura en un periodo de 24 horas.	30
3.2	Simulación de la humedad relativa en un periodo de 24 horas.	31
3.3	Simulación de la velocidad del sonido en un periodo de 24 horas.	33
3.4	Gráfica del modelamiento por triangulación utilizando tres sensores de sonido.	34
3.5	Simulación de puntos aleatorios en un blanco de tiro virtual.	41
3.6	Husillo de bola de 50 centímetros.	43
3.7	Motor paso a paso bipolar modelo Nema 23.	43
3.8	Driver puente H L298n para el control de los motores paso a paso bipolares	44
3.9	Prototipo generador de sonido construido con 3 husillos de bola y 3 motores paso a paso modelo Nema 23.	44

3.10	Estructura en forma prismática de 90 centímetros de ancho por 200 centímetros de largo por 60 centímetros de alto usando tubos de <i>PVC</i>	45
3.11	Cobertura de la estructura de tubos de <i>PVC</i> con manta térmica.	45
3.12	Sensor de temperatura y humedad relativa DHT22.	46
3.13	Diagrama eléctrico con todas los dispositivos conectados en la placa Arduino mega.	47
3.14	Sensor de sonido KY-038 con sensibilidad ajustable.	47
3.15	Ubicación de los sensores de sonido en el prototipo experimental.	48
3.16	Prototipo generador de sonido unido con los sensores de temperatura, humedad relativa y sonido con sus respectivas distancias.	48
3.17	Diagrama eléctrico de los sensores de sonidos conectados en la placa STM32.	49
3.18	Proceso del sistema de detección y ubicación de impacto de proyectiles en blancos de tiro.	50
4.1	Resultado de la estimación \hat{E} de 15 puntos aleatorios simulados usando el modelamiento por redes neuronales.	53
4.2	Resultado de la estimación \hat{E} de 15 puntos aleatorios simulados usando el modelamiento por RCAPE.	55
4.3	Resultado de la estimación \hat{E} de 15 puntos aleatorios simulados usando el modelamiento por regresión por <i>backfitting</i>	56
4.4	Resultado de la estimación \hat{E} de 15 puntos aleatorios simulados usando el modelamiento por triangulación.	57
4.5	Datos experimentales de la temperatura en el ambiente controlado para la validación experimental.	59
4.6	Datos experimentales de la humedad relativa en el ambiente controlado para la validación experimental.	60
4.7	Resultado de la estimación \hat{E} de 15 puntos aleatorios obtenidos experimentalmente usando el modelamiento por redes neuronales.	61

4.8	Resultado de la estimación \hat{E} de 15 puntos aleatorios obtenidos experimentalmente usando el modelamiento RCAPE.	62
4.9	Resultado de la estimación \hat{E} de 15 puntos aleatorios obtenidos experimentalmente usando el modelamiento de regresión por <i>backfitting</i>	63
4.10	Resultado de la estimación \hat{E} de 15 puntos aleatorios obtenidos experimentalmente usando el modelamiento por triangulación.	64

RESUMEN

Esta Tesis se enfoca en los entrenamientos de tiro de 300 metros con francotiradores. Actualmente, se dispone de dispositivos para estimar la ubicación del impacto de un proyectil en un blanco de tiro, optimizando así el tiempo en los entrenamientos libres. Sin embargo, estos dispositivos no poseen una precisión y exactitud óptimas, debido a que su diseño está basado en un modelamiento ideal, utilizando un valor constante de 343 m/s para la velocidad del sonido, lo cual es inexacto. Según estudios realizados, la velocidad del sonido depende principalmente de variables medioambientales como la temperatura y la humedad relativa. Por ello, en esta Tesis se realizó el modelamiento de un sistema de detección de impacto de proyectiles basado en el análisis de datos, utilizando los métodos de modelamiento RCAPE (Regresión Causal Asociativa Ponderada Exponencialmente), regresión backfitting y redes neuronales. Además, se modeló el sistema en estudio usando modelamiento por triangulación para obtener un modelo basado en condiciones ideales. Para obtener datos experimentales y realizar la validación experimental en laboratorio, se construyó un prototipo equipado con sensores de sonido, temperatura, humedad relativa y un posicionador XY, que mueve un emisor de sonido en distintos puntos del blanco de tiro para emular impactos de proyectil en diferentes condiciones ambientales. Al realizar el modelamiento con los cuatro métodos, se observó que el método de redes neuronales realizó una estimación más exacta de la ubicación del impacto de proyectil emulado, con un error de estimación de 2 mm . Los resultados de los modelamientos por RCAPE, regresión backfitting y triangulación presentaron errores de estimación de 20 mm , 32 mm y 27 mm , respectivamente. Estos resultados demuestran que el modelamiento por redes neuronales fue el más adecuado para modelar el sistema en estudio.

Palabras clave:

Detección ; entrenamiento; francotirador; proyectil; modelamiento; regresión causal; *backfitting*; redes neuronales; triangulación

ABSTRACT

MODELING AND EXPERIMENTAL VALIDATION OF A PROJECTILE IMPACT DETECTION SYSTEM CONSIDERING ENVIRONMENTAL EFFECTS

This Thesis focuses on 300-meter shooting training with snipers. Currently, there are devices available to estimate the location of a projectile's impact on a shooting target, thus optimizing time in free training sessions. However, these devices do not possess optimal precision and accuracy, due to their design being based on ideal modeling, using a constant value of 343 m/s for the speed of sound, which is inaccurate. According to studies, the speed of sound mainly depends on environmental variables such as temperature and relative humidity. This Thesis modeling of a projectile impact detection system was carried out based on data analysis, using RCAPE (acronym in Spanish) modeling methods, backfitting, and neural networks. Furthermore, the system under study was modeled using triangulation modeling to obtain a model based on ideal conditions. To obtain experimental data and perform experimental validation in the laboratory, a prototype equipped with sound, temperature, relative humidity sensors, and an XY positioner was constructed, which moves a sound emitter at different points of the shooting target to emulate projectile impacts under different environmental conditions. When performing modeling with the four methods, it was observed that the neural network method made a more accurate estimation of the emulated projectile impact location, with an estimation error of 2 mm . The results of the modeling by RCAPE, backfitting, and triangulation showed estimation errors of 20 mm , 32 mm , and 27 mm , respectively. The results show that projectile impact estimation can be improved using computational modeling methods.

Keywords:

Detection; training; sniper; projectile; modeling; causal regression; backfitting; neural networks; triangulation

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

En el deporte, el entrenamiento es considerado un proceso de aprendizaje, el cual tiene como finalidad mejorar las habilidades y el rendimiento de un deportista. El proceso de entrenamiento se realiza mediante la repetición periódica de una secuencia de carga de trabajo y un tiempo de recuperación, como se menciona en [1]. La tecnología presenta un rol fundamental para desarrollar entrenamientos cada vez más eficientes y mejor monitoreados. Como parte de este desarrollo, actualmente se emplean modelamientos matemáticos y análisis de datos para desarrollar dispositivos tecnológicos cada vez más sofisticados, como los utilizados en [2, 3]. Por ejemplo, en [4] se menciona que el pulsómetro es un aparato que mide la frecuencia cardíaca, el cual es uno de los principales parámetros fisiológicos para registrar y modular la magnitud del entrenamiento de cualquier deporte, sobre todo si se trata de periodos de sobreentrenamiento.

Esta Tesis presenta un interés específicamente en las competencias y entrenamientos de tiro al blanco de 300 metros con francotiradores, donde el Perú ha tenido grandes deportistas a lo largo de los años, como Edwin Vásquez Cam, quien logró obtener la medalla de oro en la competencia de tiro en los juegos Olímpicos de Londres de 1948 [5]. Actualmente, los competidores peruanos siguen consiguiendo grandes logros, como la medalla de plata del ayacuchano Jorge Arcela en la competencia de tiro de los Juegos Parapanamericanos 2019 [6].

Para potenciar el rendimiento de los atletas en competencias de tiro, se han explorado diversas tecnologías con el objetivo de aumentar la precisión y exactitud de sus disparos. A modo de ejemplo, la escuela de francotiradores de Chorrillos ha adoptado un sistema que posee sensores de sonido que determina la posición de impacto del proyectil

sobre un blanco de tiro. No obstante, esta solución aún no alcanza los niveles de precisión y exactitud óptimos, ya que omite considerar las variables ambientales que afectan la trayectoria del proyectil, conforme a lo expuesto en las referencias [7, 8]. El mecanismo de detección se basa en un modelo de triangulación que, en condiciones ideales, vincula la velocidad del sonido registrada por los sensores. Sin embargo, estudios mencionados en [9, 10] indican que elementos como la temperatura y la humedad relativa influyen en la velocidad del sonido, convirtiéndola en una métrica sujeta a estas variables.

Una forma práctica para solucionar esta problemática es utilizar procesamiento de imágenes. Es decir se deben de colocar cámaras al rededor del blanco de tiro para obtener imágenes de este y así obtener la ubicación del impacto del proyectil. Sin embargo, este sistema tiene desafíos prácticos, como la ubicación de la cámara; debe situarse en un punto ciego para el tirador a fin de prevenir impactos en el dispositivo, lo que altera la perspectiva de la imagen y complica un desempeño uniforme en el blanco de tiro. Adicionalmente, la precisión de este método experimenta una disminución significativa conforme el blanco se ve afectado por una creciente cantidad de impactos, resultando en un aumento en el número de agujeros. Tal como se evidencia en la Figura 1.1, el blanco de tiro se encuentra saturado de agujeros que se acumulan progresivamente en cada entrenamiento. Esta problemática plantea un desafío colosal para la correcta identificación de los puntos de impacto de los proyectiles en el blanco. Este desafío radica en la posibilidad de que un proyectil impacte en una zona ya perforada, situación que podría llevar a que los sistemas de cámaras no logren detectar y registrar el nuevo impacto, comprometiendo así la fiabilidad del método. Es por ello que el presente tema de Tesis realiza un análisis de datos, proporcionados por sensores, con el fin de responder la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo se relacionan las variables medioambientales, sonido, temperatura y humedad relativa, para modelar y validar un sistema de detección de impacto de proyectil más preciso y exacto en los entrenamientos de tiro?



FIGURA 1.1: Blanco de tiro agujereado.

Para responder la pregunta planteada se debe de analizar el comportamiento de un sistema no lineal desconocido, donde la dependencia entre sus variables es también desconocida y debe ser identificada. La identificación de los modelos de este tipo de sistemas se ha venido trabajando de manera exitosa. Se ha logrado desarrollar métodos para seleccionar el orden del modelo, tener un modelamiento eficiente y seleccionar correctamente sus entradas. Estas teorías se han desarrollado y discutido en las siguientes publicaciones [11–17]. En los últimos años, se han realizado estudios para desarrollar teorías y técnicas para la identificación de sistemas no lineales. Por ejemplo en [18], Huixin Chen realizó un estudio sobre los sistemas estocásticos invariantes en el tiempo bilineal discreto que poseen ruido coloreado, en donde se planteó una estimación de los parámetros del sistema no lineal utilizando un método de mínimos cuadrados extendidos, la cual fue estudiada para varias condiciones.

Esta Tesis se trabajó con la propuesta de regresión causal online, publicada recientemente en [19], la cual es modificada para hacer al sistema más robusto ante ruidos y cambios considerables en los parámetros respecto al tiempo. Esta nueva técnica

de modelamiento es llamada RCAPE (Regresión Causal Asociativa Ponderada Exponencialmente). Además, se utiliza los métodos de regresión backfitting y redes neuronales. Estos métodos de análisis computacionales demuestran que existe una relación de los efectos medioambientales que afectan al sistema de detección de impacto de proyectiles, en adelante llamado DIP. Se analizó tres efectos: la temperatura, la humedad relativa y la velocidad del sonido. Para ello se utiliza tres sensores de sonido, los cuales están ubicados, de forma paralela, unos centímetros más abajo de la parte inferior del blanco de tiro que posee el prototipo experimental. Esta ubicación de los sensores evita que algún instrumento pueda recibir daños al momento de implementar este sistema en los entrenamientos o las competencias de tiro para futuras investigaciones. La forma de hallar la ubicación del impacto del proyectil es similar al enfoque matemático que hay detrás del Sistema de Posicionamiento Global (*GPS*), en donde se miden las intensidades de las potencias de las señales de cada satélite para hallar la posición requerida, demostrada en [20]. En otros casos es necesario utilizar un método por triangulación para plantear nuevas soluciones, fáciles y económicas, para realizar la ubicación de un punto en el espacio, las cuales garantizan confiabilidad como la brindada por el *GPS*, como se demuestra en [21]. La creación de un prototipo de laboratorio fue fundamental para la generación controlada de los datos del sistema para entrenar, testear y validar el modelo final obtenido.

Con este nuevo sistema de detección de la posición del impacto de proyectiles se puede mejorar el rendimiento de los aficionados o competidores de tiro, debido a que se puede saber con más exactitud y precisión la ubicación del proyectil que dispararán para así ajustar mejor el lente de sus francotiradores y saber el punto que han obtenido en sus entrenamientos. En [22] se demuestra que uno de los factores identificados que contribuyen al desarrollo de los deportistas profesionales es el hecho de haber realizado, durante una cantidad considerable de años, un entrenamiento correctamente planificado, estructurado y que se haya realizado en unas condiciones adecuadas.

Acrónimos:

DIP Detección de Impacto de Projectiles

RCAPE Regresión Causal Asociativa Ponderada Exponencialmente

GPS Global Positioning System

NARX Nonlinear AutoRegressive eXogenous model

SDP State Dependent Parameters

EWP Exponential Windows Pasts

SVR Support Vector Regression

MRU Movimiento Rectilíneo Uniforme

PVC PolyVinyl Chloride

NN-RBF Neural Network Radial Basis Function

GPIO General Purpose Input/Output

1.1 Antecedentes

Se han realizado diferentes estudios sobre la evolución profesional de un deportista y como estos mejoran al utilizar dispositivos tecnológicos. Es por ello que en [23] se desarrolló un sistema para la automatización del conteo de puntajes en los entrenamientos de tiro. Esta investigación se realizó con el fin de aprovechar al máximo el tiempo dedicado en los entrenamientos, debido a que convencionalmente, luego de ejecutarse un disparo, una persona debe acercarse al blanco de tiro para identificar y anotar la ubicación del impacto del proyectil en cada disparo realizado. En esta investigación se propuso una detección automática de impacto del proyectil mediante el uso de sensores de fuerza, que se acoplan al blanco de tiro. Para esto, los autores analizaron la variación de la resistencia del sensor al recibir un impacto en una determinada área, teniendo así una perturbación en la señal recibida en tiempo real, la cual es procesada para determinar la

ubicación del impacto recibido en el sensor. Además, se diseñó un programa para la interfaz hombre-máquina, la cual permite ingresar los datos del competidor y seleccionar el tipo de entrenamiento a realizar.

Sin embargo, esta solución presenta inconvenientes prácticos porque requiere realizar un constante mantenimiento al circuito de sensores de fuerza pues se descalibran considerablemente con el uso. En una investigación similar, propuesta en [24] se plantea un nuevo estudio dedicado a la localización general de los competidores en los entrenamientos de tiro. Esta se basó tanto en la dirección como en el tiempo de llegada respecto a los eventos acústicos de disparos. Además, esta solución permitió no solo tener la ubicación de un tirador, sino también la de múltiples tiradores en simultáneo. En este tema de investigación se desarrolló un método de calibración, del sistema propuesto, con el fin de ajustar las posiciones de los micrófonos y estimar la velocidad local del sonido, debido a que este no es constante y depende de parámetros medioambientales, como se demuestra en [9], para mejorar la estimación de localización del tirador. Así mismo, con la información obtenida, del sistema de localización de tiradores, pudo estimarse la posición del impacto de un proyectil utilizando la ubicación del tirador, el ángulo de disparo y teniendo la estimación de la velocidad local del sonido teniendo así un método menos invasivo en comparación a la investigación realizada en [23] para estimar la ubicación del impacto de un proyectil.

Una desventaja de lo propuesto en [23] es que su técnica se enfoca más en la ubicación del tirador que en la del impacto del proyectil. Además, esta propuesta asume que el aire en el ambiente es seco para realizar un cálculo más cercano de la velocidad local real del sonido. Sin embargo, sabemos que el medio ambiente presenta humedad variable, lo cual también afecta a la velocidad del sonido. Es por ello que en [25] se propone realizar la estimación de la ubicación del impacto de un proyectil mediante el procesamiento de imágenes tomadas al impacto en el blanco de tiro, teniendo así una nueva técnica no invasiva que obvia la variación de la velocidad del sonido en el ambiente. Se propuso

utilizar la tecnología del ordenador *Raspberry PI* para procesar las imágenes tomadas utilizando técnicas de la biblioteca libre de visión artificial (*OpenCV*) desarrollada por Intel. Esta propuesta tuvo como resultado aumentar la cantidad de tiros realizados en un entrenamiento, aumentar el tiempo efectivo en las prácticas, ya que no se perderá tiempo realizando mediciones manuales de los impactos de proyectiles en los blancos de tiro, y aumentó el nivel de satisfacción de los deportistas al tener un entrenamiento más sofisticado. Sin embargo, esta investigación presenta ciertos inconvenientes, como por ejemplo tener el ambiente de entrenamiento completamente bien iluminado para que no ocurran errores en el procesamiento de imágenes. Además, este método pierde precisión conforme el blanco de tiro se llena de agujeros de impactos. Por ejemplo, en entrenamientos de francotiradores el blanco de tiro suele recibir más de mil impactos, lo cual dificultaría la detección usando esta técnica. Otro problema práctico de esta propuesta es la ubicación de la cámara, pues debe posicionarse en un punto ciego para el tirador, para evitar posibles disparos a la cámara, lo cual cambia la perspectiva de la imagen a procesar, dificultando así el desempeño homogéneo en todo el blanco de tiro. Este problema es crítico especialmente en entrenamiento de francotiradores debido a las grandes distancias de los objetivos.

Siguiendo con los temas relacionados a la ubicación de proyectiles, en [26] se propone una tecnología de seguimiento basado en radares para permitir la detección de las balas en tiempo real. Esta técnica permite realizar un seguimiento de la trayectoria que toma el proyectil antes de alcanzar su objetivo. Se desarrolla una plataforma de radar multifrecuencia de múltiples sensores y se propone el uso de la transformación de *Chirp* por partes con el fin de mejora eficaz de la señal cuando el efecto Doppler varía mucho en el tiempo. Se utilizan múltiples sensores porque se busca que el error sea mínimo al momento de realizar la estimación de la trayectoria de la bala. Con esta investigación se demuestra que los radares de múltiples sensores y multifrecuencia logran localizar y rastrear las balas mediante estimaciones inequívocas de alcance y dirección de llegada. Si bien esta investigación se basa en la estimación de la trayectoria, esta podría ser muy

útil para estimar la ubicación del impacto de un proyectil. Sin embargo, en los entrenamientos de tiro se realizan varios disparos en simultáneo, lo cual generaría estimaciones no tan precisas y exactas porque los sensores tomarían información de todos los disparos realizados.

Como se ha descrito, las técnicas desarrolladas para detectar y ubicar el posicionamiento de un impacto de algún objeto en un área determinada, han sido un tema de gran interés de investigación. Además, estas técnicas suelen ser utilizadas en otras áreas como en [27], donde se propone detectar la posición de impacto en instrumentos de percusión utilizando una agrupación de sensores. Se propuso utilizar varios sensores piezoeléctricos bajo un parche de poliéster para ubicar la posición en la que se golpea dicho parche ubicados en las baterías electrónicas. Esta investigación usa la misma técnica empleada en [23], la cual analiza el cambio de resistencia del sensor piezoeléctrico al recibir un golpe. Esto permite obtener la posición del golpe realizado al parche; no solo como distancia al centro, sino también permite identificar el ángulo respecto a la horizontal, teniendo así coordenadas circulares completas. Se demostró, en tiempo real, que el sistema propuesto es capaz de leer las señales, emitidas por los impactos, y enviarlas a un sintetizador para trabajar en el sonido final que se desea obtener.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general

Modelar un sistema de detección de impacto de proyectiles considerando las variables medioambientales temperatura, humedad relativa y velocidad del sonido, mediante el análisis de datos y validación con un prototipo experimental.

1.2.2 Objetivo específicos (OE)

- (OE1) Simular las entradas del sistema DIP: temperatura, humedad relativa y velocidad del sonido .
- (OE2) Modelar el sistema DIP caja negra considerando las entradas simuladas.
- (OE3) Construir un prototipo de laboratorio para obtener datos experimentales de sonido, humedad relativa y temperatura en un ambiente aislado.
- (OE4) Modelar el sistema DIP utilizando datos experimentales de prototipo y tres métodos de modelamiento computacionales.

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo se describe sobre las competencias de tiro y la relación entre la velocidad del sonido y las variables medioambientales. Así mismo, se describe el modelamiento por triangulación, el cual es un método basado en conceptos geométricos que asume situaciones ideales. Además, se detalla sobre tres tipos de modelamiento basados en el análisis de datos como lo son la regresión por *backfitting*, el método RCAPE y el modelamiento por redes neuronales. Estos cuatro métodos mencionados fueron utilizados para modelar el sistema DIP, el cual es un sistema de tipo caja negra. También, se describe sobre la estimación de parámetros no estacionarios y el método de ventana exponencial del pasado.

2.1 Competencias de tiro

Existen nueve modalidades de competencias de tiro olímpicos para varones y seis modalidades para mujeres. Las reglas varían según la distancia, tamaño del blanco de tiro, posición de tiro, cantidad de disparos y el tiempo que dura cada competencia, como se menciona en [25]. Para desarrollar este deporte se deben de contar con tres elementos fundamentales, el tirador, el blanco de tiro y el rifle. Dependiendo de la precisión y exactitud de los impactos de los proyectiles se tendrá más o menos puntajes en la competencia. Las competencias de tiro de largas distancias, por ejemplo de 200 o 300 metros, presentan dificultades para visualizar el punto de impacto. Para esto el tirador requiere asistencia, sea de una persona o un sistema de detección. En el caso de la persona, esta debe buscar la coordenada del punto de impacto e informar al tirador, de modo que este pueda hacer correcciones en su rifle. La competencia inicia con un proceso de calibración

del arma para ajustar los lentes de la mira óptica de modo que el punto visualizado y el punto de impacto coincidan. Este proceso es importante porque afecta directamente a la precisión de los impactos del proyectil, ya que aunque el tirador realice un tiro perfecto, según él, si el arma no está bien calibrada, existirá un error que puede ser decisivo en las competencias. Por ejemplo, para un disparo a 300 metros los competidores suelen buscar una precisión en calibración menor a 5 milímetros.

2.2 Modelo teórico de propagación de sonido en gases

El sistema propuesto en esta Tesis está basado en la velocidad del sonido, por lo que se considera importante conocer los factores que lo afectan. Se sabe que, mediante la ley de los gases ideales, se tiene la siguiente fórmula para hallar la velocidad del sonido propagado en un gas ideal [9]:

$$V_{s_{\text{ideal}}} = \sqrt{\gamma \frac{RT_k}{M}}, \quad (2.1)$$

donde M es la masa molar del gas en unidades de kilogramos por mol, R es la constante molar del gas en unidades de Joule por mol Kelvin, γ es el índice adiabático, el cual es una constante característica del gas específico y T_k es la temperatura absoluta en escala Kelvin. El índice adiabático es la relación entre el calor específico del gas a presión y volumen constante. Empleando la teoría cinética, el índice adiabático para la ecuación (2.1) es igual a 1,4 para moléculas diatómicas y 1,6667 para monoatómicas. El aire seco es considerado como un gas diatómico ideal con $R = 8,315410 \text{ J/molK}$ y $M = 0,0289645 \text{ kg/mol}$, demostrado en [9].

La ecuación para gases ideales mostrada en (2.1) no se cumple adecuadamente en el aire atmosférico, debido a que este medio no es un gas ideal. Según la investigación realizada en [10], la velocidad del sonido en el aire suele aproximarse a un valor constante

de 343 m/s en condiciones de una atmósfera de presión y a 25 °C. Sin embargo, este valor puede variar dependiendo de la temperatura y presión atmosférica, demostrado en [10]. Además, la humedad en el aire exterior afecta a la velocidad del sonido porque las moléculas de oxígeno y nitrógeno del aire se reemplazan por las moléculas de agua, las cuales son más ligeras. Es por ello, que según la investigación realizada en [9] se propone un modelo más realista de la velocidad del sonido en el aire. Esta debería ser una función no lineal que posee múltiples dependencias:

$$V_s = f(T_c, P, x_a, x_d), \quad (2.2)$$

donde V_s es la velocidad del sonido en el aire, T_c es la temperatura del ambiente en grados Celsius, P es la presión del aire, x_a es la fracción molar de vapor de agua y x_d es la fracción molar del dióxido de carbono.

La modelización de la propagación del sonido en ambientes reales, como se muestra en la ecuación (2.2), subraya la importancia de una sólida comprensión teórica en la detección y estimación de señales. Más allá de las variables físicas como la temperatura y la humedad, el procesamiento eficaz de señales acústicas requiere técnicas avanzadas para manejar ruido e interferencias. Estos aspectos teóricos y prácticos son exhaustivamente tratados en 'Detection Estimation and Modulation Theory, Part I' de Van Trees [28], proporcionando una base crucial para el análisis de señales en condiciones atmosféricas y ambientales variadas.

2.3 Métodos de modelamiento usados en esta Tesis

Se pueden emplear diferentes métodos para modelar el sistema no lineal de detección de impacto de proyectiles. Estas se diferencian en el costo computacional que poseen, en el error de estimación y principalmente en el enfoque de cada método. Para el sistema

estudiado en esta Tesis se suelen usar métodos basados en conceptos geométricos, como el modelamiento por triangulación, en el cual se tiene que asumiendo situaciones ideales para obtener una función que describa geoméricamente el sistema de detección de impacto de proyectiles. Así mismo, existen ciertos métodos basados en el análisis de datos, como el método de regresión por *backfitting* [29], métodos basados en redes neuronales [30] o el método RCAPE que fueron probados en esta Tesis.

2.3.1 Modelamiento por triangulación

Este método se basa en conceptos geométricos, el cual asume situaciones ideales para relacionar una cantidad de círculos en el plano y así obtener un punto de intersección que representa la mínima distancia a cada centro de círculo. En nuestro contexto, esta intersección representa el punto impacto del proyectil, es decir del foco sonoro, y los centro de los círculos representan la posición de los sensores de sonido, ver Figura 2.1. Para obtener un círculo en el plano se debe de tener un sensor que sea capaz de medir la distancia entre el punto a medir y la ubicación del mismo sensor. Esta distancia corresponde al radio del círculo. A medida que se tengan más sensores se podrá tener mayor información para subdividir el plano en caras circulares, las cuales tienen como vértice principal el punto en el espacio a hallar, como se muestra en la Figura 2.1. El modelamiento por triangulación permite relacionar la información de los diferentes círculos en el plano para brindar una función que permita hallar el punto deseado. Este método es utilizado en distintas aplicaciones: para la modelación de terrenos, computación gráfica y animaciones, modelar mediante ecuaciones de tipo diferenciales los fenómenos físicos, como se muestra en [31].

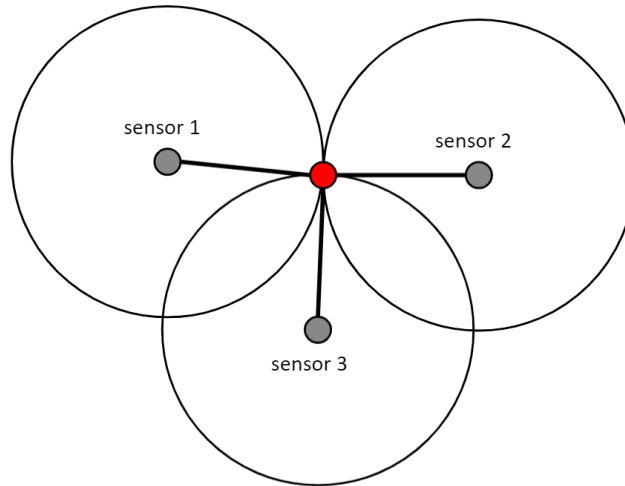


FIGURA 2.1: Método de triangulación utilizando tres sensores para la estimación de un punto en el espacio bidimensional.

2.3.2 Modelamiento por redes neuronales artificiales

Este método lleva este nombre porque se asemejan al funcionamiento de las redes neuronales del sistema nervioso humano. La Figura 2.2 muestra el diagrama de bloques de una neurona artificial, en donde se puede apreciar las entradas $[x_1, x_2, \dots, x_n]$, capas de neuronas donde cada neurona es definida por una función de activación f , y la salida y .

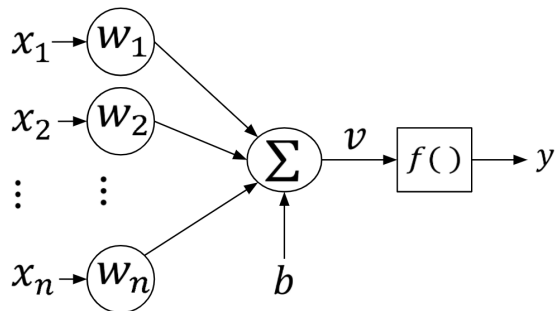


FIGURA 2.2: Diagrama de bloques de una neurona artificial.

Cada entrada x_i es multiplicada por un peso w_i a determinar, el cual depende de la importancia de cada entrada. Además, se considera una entrada adicional b , llamada coeficiente de desplazamiento o polarización (*bias*, en inglés), según la teoría mostrada

en [30]. Es así que la capa de entrada de una red neuronal consiste en una combinación lineal de las entradas x_i y los pesos w_i , de la misma forma en la que trabaja una regresión lineal, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$v = \sum_{i=1}^n w_i x_i^T + b. \quad (2.3)$$

Sin embargo, los sistemas que deseamos modelar no son lineales y es por ello que cada combinación lineal $[w_1, w_2, \dots, w_n][x_1, x_2, \dots, x_n]^T + b$ ingresa a una función no lineal, llamada función de activación, de cada neurona. Esta dependerá del modelo que se desee obtener para que la salida final tenga la forma no lineal. A continuación, se muestra la ecuación de salida de una neurona artificial:

$$y = f\left(\sum_{i=1}^n x_i w_i + b\right). \quad (2.4)$$

Para modelar sistemas no lineales complejos, se usan una red de neuronas artificiales que se conectan entre sí para lograr obtener una salida más parecida a la que se desea obtener. Al unir varias neuronas artificiales se generan capas llamadas intermedias u ocultas, las cuales no tienen una conexión directa con el entorno, como se muestra en la Figura 2.3.

El número de capas ocultas depende de la complejidad de la función no lineal final que se desea obtener. El modelamiento de sistemas no lineales usando el método de redes neuronales artificiales se ha trabajado con éxito en muchas investigaciones, tales como [30, 32].

Para la presente investigación se usó redes neuronales con función de base radial. La salida de estas funciones dependen de la distancia a un punto denominado centro. Una de las características de este tipo funciones es que son simétricas respecto a su centro.

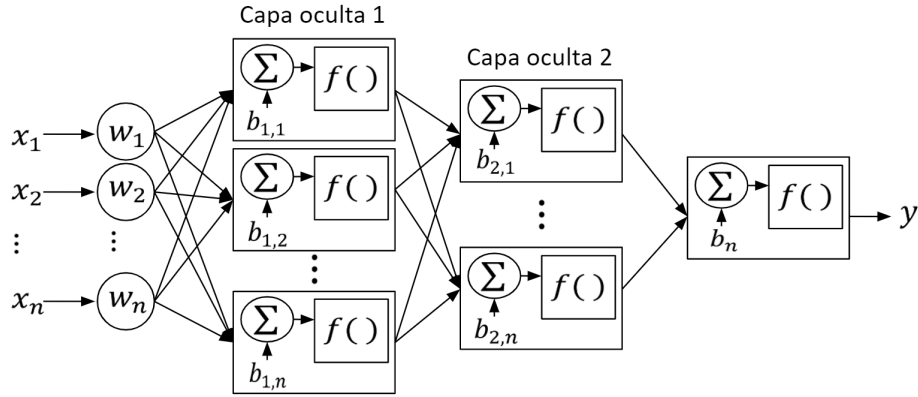


FIGURA 2.3: Diagrama de bloques de una red de neuronas artificiales con dos capas ocultas.

Además, la salida de las redes neuronales de base radial son una combinación de Gaussianas distribuidas uniformemente, las cuales se activan en una determinada porción del espacio definida por los patrones de entrada, según la investigación realizada en [33].

2.3.3 Modelamiento por regresión *Backfitting*

La estimación de Parámetros Dependientes de Estados (*SDP*) es un método desarrollado por Peter Young en [29]. En esta Tesis llamaremos a este método como regresión por *backfitting* por su semejanza con el algoritmo del mismo nombre propuesto en [34] por Leo Breiman y Jerome Friedman. Este consiste en estimar parámetros desconocidos no lineales que presentan una variación mínima en el tiempo y poseen dependencias de estados. Un ejemplo de un modelo autorregresivo no lineal (*NARX*) que se desea estimar posee la siguiente forma matemática:

$$y_k = a_k(x_{1,k})z_{1,k} + b_k(x_{2,k})z_{2,k} + e_k, \quad (2.5)$$

donde y_k es la salida del sistema, $x_{1,k}$ y $x_{2,k}$ son estados conocidos, $z_{1,k}$ y $z_{2,k}$ son regresores conocidos, los cuales normalmente son la salida del sistema o la entrada con cierto

retraso en el tiempo, a_k y b_k son los parámetros desconocidos, y e_k es un ruido blanco aditivo. De forma general, los valores de $x_{1,k}$ y $x_{2,k}$ pueden variar rápidamente, ocasionando que los parámetros a_k y b_k también lo hagan. Esta característica hace que este modelo sea útil para representar sistemas complejos, e incluso casi caóticos, como se muestra en [29].

El método de P. Young consiste en realizar una primera estimación de los parámetros desconocidos, explicado en [29], para realizar la siguiente operación matemática:

$$y_{m,a} = y_k - \hat{b}_k(x_{2,k})z_{2,k} = a_k(x_{1,k})z_{1,k}, \quad (2.6)$$

donde $y_{m,a}$ es una salida modificada para realizar la segunda estimación del parámetro a , y_k es la salida del sistema y $\hat{b}_k(x_{2,k})z_{2,k}$ es la primera estimación del parámetro b , utilizando el método de mínimos cuadrados, multiplicado con su respectivo regresor. Una vez obtenido dicha salida modificada, se procede a reordenar de manera ascendente el estado $x_{1,k}$ con el fin de suavizarlo. Este procedimiento proporciona dos vectores: el primero contiene las magnitudes del estado $x_{1,k}$ ordenado de manera ascendente y el otro vector contiene los índices correspondientes al orden de las magnitudes. El paso siguiente consiste en reordenar la salida modificada $y_{m,a}$ respecto a los índices obtenidos en el paso anterior en el reordenamiento para realizar una estimación utilizando una técnica de mínimos cuadrados, explicado en [29], para obtener una segunda estimación del parámetro a , la cual tendrá un error menor respecto a la primera estimación realizada. Todos estos pasos se realizan para los demás parámetros desconocidos que podría presentar el modelo. Se debe de realizar tantas iteraciones, de los pasos mencionados, hasta tener una estimación de la salida similar a la real. Este método se ha utilizado con éxito en investigaciones recientes, ver por ejemplo [35–37].

2.3.4 Modelamiento por regresión Causal Modificada

El modelamiento por Regresión Causal Asociativa Ponderada Exponencialmente (RCAPE), investigado en [38, 39] se basa en la teoría del método de regresión causal, a la cual se le agregará una etapa adicional para hacerla más robusta ante ruidos. La nueva etapa consiste en asignar ciertos pesos a las estimaciones pasadas para que estas tengan más o menos importancia en la estimación *a priori* que se quiere realizar al momento de estimar un parámetro desconocido. Esta importancia dependerá de qué tan antiguo sea la estimación pasada y qué tan cercano se encuentra su causa correspondiente respecto a la causa actual. Para realizar esta nueva etapa propuesta, se debe definir la cardinalidad de cada nuevo subconjunto que se deberá tomar para evaluar el promedio ponderado. Este nuevo hiperparámetro será ingresado en el algoritmo, el cual indicará cuántas estimaciones pasadas se desea evaluar para obtener las estimaciones *a priori*. La cardinalidad, número de elementos de un conjunto, ingresada puede ser independiente para cada parámetro a estimar, pues estas podrían variar según el nivel de no linealidad que podría presentar los parámetros desconocidos. Para comprender mejor el concepto de cardinalidad en el método se usará nuevamente como ejemplo el modelo de la ecuación (2.5). En un instante k , se realiza la comparación de la causa actual de cada parámetro desconocido con sus causas pasadas para definir dos vectores, como se muestra a continuación:

$$\mathbf{p}_1 = [27, 26, 14, 28, 7, 2, 12, 17, 19, 1, 8, 11, 22, 23, 6],$$

$$\mathbf{p}_2 = [15, 25, 22, 12, 7, 9, 8, 4, 20, 27, 5, 24, 26, 11, 23],$$

donde \mathbf{p}_1 y \mathbf{p}_2 son los vectores que contienen los índices temporales de las causas más semejantes a la causa actual para el parámetro a y b , respectivamente. Es decir, el primer término del vector \mathbf{p}_1 , quiere decir que el valor de a_{27} , medido en el instante $t=27$, es el más semejante a la causa actual a_k . De igual forma para el último término de \mathbf{p}_1 , el valor de a_6 es el menos semejante a la causa a_k . Esto es similar para el parámetro b . Dependiendo de la cardinalidad ingresada para cada parámetro se tomará más o menos

valores de los vectores \mathbf{p}_1 y \mathbf{p}_2 . A continuación, se muestra un ejemplo utilizando un valor cardinal $N_1 = 10$ para el parámetro a y otro $N_2 = 8$ para el parámetro b :

$$\mathbf{p}_1^* = [27, 26, 14, 28, 7, 2, 12, 17, 19, 1] \longrightarrow \text{se toman los primeros 10 elementos de } \mathbf{p}_1,$$

$$\mathbf{p}_2^* = [15, 25, 22, 12, 7, 9, 8, 4] \longrightarrow \text{se toman los primeros 8 elementos de } \mathbf{p}_2,$$

donde tanto \mathbf{p}_1^* como \mathbf{p}_2^* son los nuevos subconjuntos que se utilizan para obtener las estimaciones *a priori* de los parámetros desconocidos.

Se utiliza una ponderación exponencial de las estimaciones pasadas, en base a lo explicado en la sección 2.4.2. Para evaluar el peso que tendrá cada estimación pasada respecto a su antigüedad, se utiliza la siguiente expresión matemática:

$$\mathbf{w}_1 = e^{\frac{-|\mathbf{p}_i - k|}{s_1}}, \quad (2.7)$$

donde \mathbf{w}_1 es un vector que contiene los pesos correspondientes a la antigüedad de las causas, \mathbf{p}_i es el nuevo vector obtenido utilizando la cardinalidad ingresada para la estimación de los parámetros desconocidos, k es el instante actual y s_1 es la desviación estándar del resultado obtenido al restar cada valor de \mathbf{p}_i con el instante k .

De forma análoga, para evaluar el peso respecto a qué tan cercano son las causas pasadas, de las estimaciones a ponderar respecto a la causa actual, se utiliza la siguiente expresión matemática:

$$\mathbf{w}_2 = e^{\frac{-|\mathbf{x}_i - x_k|}{s_2}}, \quad (2.8)$$

donde w_2 es un vector que contiene los pesos correspondientes a la cercanía de las causas con la causa actual, x_i es un vector que contiene las causas pasadas respecto a los índices obtenidos en \mathbf{p}_i , x_k es la causa actual y s_2 es la desviación estándar del resultado obtenido al restar cada valor de \mathbf{x}_i con la causa x_k .

Luego de realizar las evaluaciones anteriores, se debe de multiplicar las expresiones matemáticas de (2.7) y (2.8) para obtener el peso final que se le otorgará a cada estimación pasada. A continuación, se muestra la expresión matemática para obtener dichos pesos:

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_1 \mathbf{w}_2, \quad (2.9)$$

$$\mathbf{w} = e^{\frac{-|\mathbf{p}_i - k|}{s_1} + \frac{-|x_i - x_k|}{s_2}}, \quad (2.10)$$

donde \mathbf{w} es un vector que contiene los pesos que se le asignará a cada estimación pasada de los parámetros desconocidos para realizar el promedio y obtener las estimaciones *a priori*.

Finalmente, se debe de realizar el promedio ponderado utilizando los pesos obtenidos y las estimaciones pasadas correspondientes a los índices del vector \mathbf{p}_i . La siguiente expresión matemática muestra el promedio realizado:

$$\hat{\mathbf{a}}'_k = \frac{\sum_{j=1}^N \mathbf{w}_j \hat{\mathbf{a}}'_{i,j}}{\sum_{j=1}^N \mathbf{w}_j}, \quad (2.11)$$

donde $\hat{\mathbf{a}}'_k$ es un vector que contiene las estimaciones *a priori* de los parámetros desconocidos y $\hat{\mathbf{a}}'_{i,j}$ son las estimaciones pasadas correspondientes a los índices del vector \mathbf{p}_i . Una vez obtenido los valores *a priori* de los parámetros desconocidos, se utiliza el método *a posteriori* que realiza el método de regresión causal, investigada en [19].

2.3.5 Modelamiento por regresión de soporte vectorial (SVR)

A diferencia de los métodos anteriores, este tipo de modelamiento fue usado únicamente para hacer la parametrización de los métodos *Backfitting* y RCAPE. Esto quiere decir que una vez obtenida la estimación de los parámetros desconocidos del sistema DIP, es necesario realizar una parametrización de todos los datos obtenidos para obtener una

función que modele el comportamiento no lineal que presentan dichos parámetros. Al contar con una función para cada parámetro desconocido, se puede predecir el valor que debería tener cada uno al ingresar como datos las nuevas causas. Uno de los tantos algoritmos de inteligencia artificial que existen para parametrizar puntos en el espacio es el algoritmo *Support Vector Regression (SVR)*. Este algoritmo tiene como principal objetivo buscar una curva o hiperplano que modele la tendencia de los datos de entrenamiento. Su principal característica es que posee un margen positivo y otro negativo, los cuales poseen una misma distancia respecto a la curva que modele los datos, para tomar la mayor cantidad de datos que fueron utilizados para el modelamiento. Los datos que quedan fuera de las bandas son tomados como errores por ende es necesario que se calcule la distancia entre estos y los márgenes. Estas distancias se definen como un hiperparámetro ξ , el cual afectará al modelo final que se tendrá, ver Figura 2.4. En [40] se muestra que la gran ventaja del *SVR* es que los datos que sean ingresados pueden presentar tendencias lineales o no lineales, debido a que el modelo se adecua al comportamiento de los datos. La Figura 2.4 muestra un ejemplo de modelamiento usando el algoritmo *SVR*.

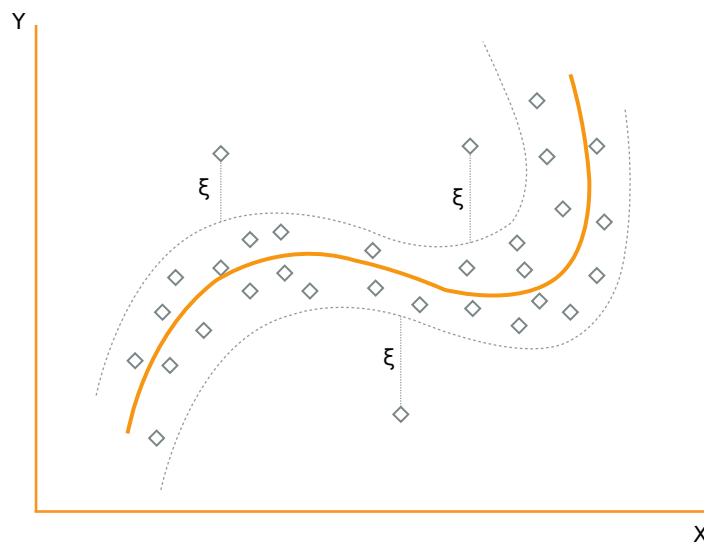


FIGURA 2.4: Parametrización de puntos estimados con tendencias no lineales con *SVR* utilizando una regresión no lineal.

2.4 Estimación de parámetros de un modelo *NARX*

Los modelos *NARX* se han utilizado en muchas investigaciones [11, 19, 29]. Estos modelos presentan no linealidad en sus parámetros, debido a que estos no varían de forma lineal y porque dependen de ciertos estados, como por ejemplo la dependencia entre la velocidad del sonido y la temperatura, descrita en [9].

Para comprender mejor esta sección, la siguiente ecuación muestra un ejemplo de modelo *NARX*:

$$y_k = a_{1,k}(x_{1,k})z_{1,k} + a_{2,k}(x_{1,k}, x_{2,k})z_{2,k} + a_{3,k}(x_{3,k})z_{3,k} + a_{4,k}(x_{4,k}, z_{4,k}) + e_k, \quad (2.12)$$

donde y_k es la salida del modelo, $a_{1,k}$, $a_{2,k}$, $a_{3,k}$ y $a_{4,k}$ son los parámetros desconocidos no lineales del modelo, $x_{1,k}$, $x_{2,k}$, $x_{3,k}$ y $x_{4,k}$ son los estados que hacen variar a los parámetros de forma no lineal, $z_{1,k}$, $z_{2,k}$, $z_{3,k}$ y $z_{4,k}$ son los regresores y e_k es un ruido blanco aditivo. En este modelo, los parámetros pueden variar a causa de una sola dependencia de estado o de múltiples dependencias. Por ejemplo, el nivel de un tanque depende de sus entradas de agua que posee y de su salida, descrita en [41].

2.4.1 Estimación de parámetros estacionarios

Existen modelos lineales usados para describir sistemas específicos. Una característica de estos modelos es que sus parámetros no lineales no varían en el tiempo, es decir son estacionarios, como se analiza en [11]. La siguiente expresión representa un modelo lineal con múltiples parámetros:

$$y_k = \mathbf{z}_k^T \mathbf{a} + e_k, \quad (2.13)$$

$$\mathbf{z}_k^T = [z_{1,k}, z_{2,k}, \dots, z_{i,k}], \quad (2.14)$$

$$\mathbf{a} = [a_{1,k}, a_{2,k}, \dots, a_{i,k}]^T, \quad (2.15)$$

donde y_k es la salida del modelo, \mathbf{z}_k^T es un vector que contiene los regresores conocidos, \mathbf{a} es el vector que contiene los parámetros a estimar y e_k es un ruido gaussiano blanco aditivo.

Para estimar los parámetros desconocidos del modelo se utiliza el método de mínimos cuadrados recursivos (*RLS*), explicado en [11]:

$$\hat{\mathbf{a}}_k = \hat{\mathbf{a}}_{k-1} + g_k[y_k - \mathbf{z}_k^T \hat{\mathbf{a}}_{k-1}], \quad (2.16)$$

$$g_k = \hat{\mathbf{P}}_{k-1} \mathbf{z}_k [1 + \mathbf{z}_k^T \hat{\mathbf{P}}_{k-1} \mathbf{z}_k]^{-1}, \quad (2.17)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k = \hat{\mathbf{P}}_{k-1} - g_k \mathbf{z}_k^T \hat{\mathbf{P}}_{k-1}, \quad (2.18)$$

donde $\hat{\mathbf{a}}_k$ es un vector que contiene las estimaciones de los parámetros desconocidos en el instante k , g_k es una ganancia, la cual varía según el error de estimación y \mathbf{P}_k es una matriz que contiene las covarianzas. Se puede observar en las ecuaciones (2.16), (2.17) y (2.18) que el método *RLS* es usado para estimar parámetros estacionarios porque tanto la estimación de los parámetros y la covarianza en el instante k depende netamente de la estimación realizada en un instante anterior.

2.4.2 Estimación de parámetros no estacionarios

La mayoría de los sistemas presentan parámetros no estacionarios y para realizar la estimación de estos se usan ciertos métodos como el de ventana exponencial del pasado (*EWP*). Este método pondera los valores pasados con un cierto peso, el cual crece de manera exponencial, para lograr obtener la estimación de parámetros que varían lentamente con el tiempo [29]. Así mismo, este método es utilizado como una etapa de corrección en [19], en donde se corrige el error en la estimación *a priori* de los parámetros desconocidos. A continuación, se presenta la expresión matemática del *EWP* como etapa de

corrección:

$$\hat{\mathbf{a}}_k = \hat{\mathbf{a}}'_k + g_k[y_k - \mathbf{z}_k^T \hat{\mathbf{a}}'_k], \quad (2.19)$$

$$g_k = \hat{\mathbf{P}}'_k \mathbf{z}_k [\alpha + \mathbf{z}_k^T \hat{\mathbf{P}}'_k \mathbf{z}_k]^{-1}, \quad (2.20)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k = \frac{1}{\alpha} [\hat{\mathbf{P}}'_k - g_k \mathbf{z}_k^T \hat{\mathbf{P}}'_k], \quad (2.21)$$

donde $\hat{\mathbf{a}}_k$ es un vector que contiene las estimaciones de los parámetros desconocidos en el instante k , g_k es una ganancia óptima, la cual varía según el error de estimación, $\hat{\mathbf{P}}_k$ es una matriz que contiene las estimaciones de las covarianzas del error de estimación, y_k es la salida del sistema, α es un factor de olvido, que varía entre 0 y 1, \mathbf{z}_k^T es un vector que contiene los regresores, $\hat{\mathbf{a}}'_k$ es un vector que contiene las estimaciones *a priori* de los parámetros y $\hat{\mathbf{P}}'_k$ es una matriz que contiene las estimaciones *a priori* de las covarianzas del error.

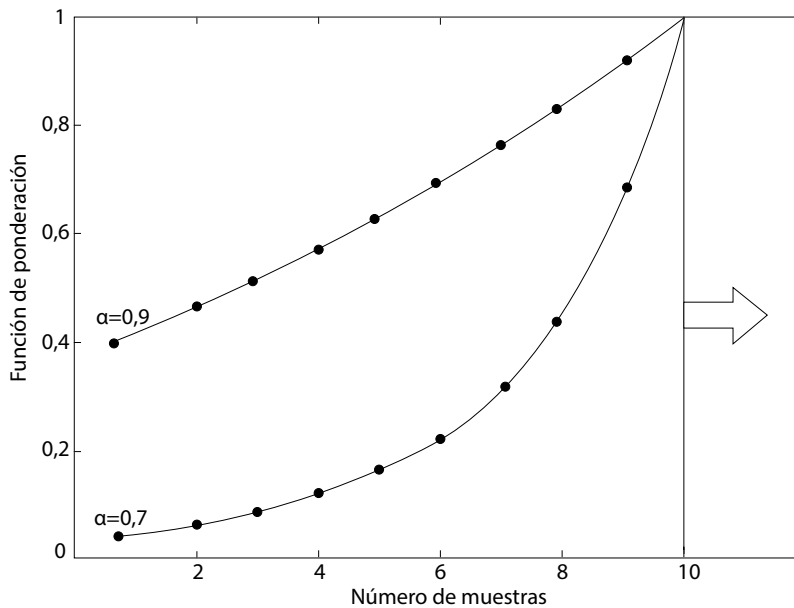


FIGURA 2.5: Crecimiento exponencial del factor de olvido en el método *EWP* usando $\alpha = 0,9$ y $\alpha = 0,7$ [11].

Para entender la función del factor de olvido en la expresión matemática del *EWP*, se explica este hiperparámetro en un contexto recursivo, como se analiza en [11]:

$$x_k = u_k + \alpha u_{k-1} + \alpha^2 u_{k-2} + \dots + \alpha^\infty u_{k-\infty}, \quad (2.22)$$

donde u_k es un impulso unitario y x_k es una señal. En esta expresión se puede observar como a medida que se toma valores del pasado de x_k , estos van perdiendo valor o peso de manera exponencial. Esto quiere decir que mientras más pequeño sea el factor de olvido α , menor será el peso asignado a los valores pasados de dicha señal, como se muestra en la Figura 2.5.

Capítulo 3

METODOLOGÍA

Este capítulo se centra en la explicación detallada de la metodología empleada para realizar el modelamiento y la validación experimental del sistema de detección de impacto de proyectiles relacionando los efectos medioambientales. La primera y segunda sección consisten en el modelamiento del sistema deseado usando datos simulados empleando los métodos de triangulación, redes neuronales, regresión por *backfitting*, y RCAPE. Esto permite encontrar la mejor estructura para el sistema DIP, debido a que al tratarse de un sistema de tipo caja negra, se probó diferentes estructuras y escogió la que mejor resultado. La tercera y cuarta sección consisten en realizar el modelamiento del sistema con datos experimentales usando los cuatro métodos de modelamiento ya mencionados. En estas últimas secciones, se detalla sobre la construcción de un prototipo experimental para obtener datos en un ambiente controlado.

3.1 (OE1) Simulación de medidas de sensores

Para realizar el modelamiento del sistema deseado, primero se debe de encontrar la mejor estructura que representa al sistema de tipo caja negra. Este procedimiento es realizado usando datos simulados, en donde primero se analiza que efectos medioambientales afectan considerablemente a la velocidad del sonido. Luego se procede a simular los datos que tendrían los sensores de sonido y las variables medioambientales que podría presentar la ciudad de Lima durante un día promedio.

3.1.1 Análisis de las variables medioambientales

Una de las variables medioambientales principales para estimar la posición del impacto de un proyectil es la velocidad del sonido. Según la investigación realizada en [9], esta velocidad depende de otras cuatro variables medioambientales: temperatura, presión atmosférica, concentración de dióxido de carbono en el ambiente y humedad relativa. Sin embargo, no todas estas variables afectan considerablemente a la velocidad del sonido. Según [9], la concentración de dióxido de carbono y la presión atmosférica no afectan considerablemente a la velocidad del sonido en ambientes abiertos, es por ello que para la presente investigación se consideran constantes, es decir la concentración de dióxido de carbono tiene un valor de $x_c = 0,0383\%$ y la presión atmosférica un valor de $P = 101,3125$ kPa. Por otro lado, en [7–9] se demuestra que la temperatura del ambiente sí afecta considerablemente a la velocidad del sonido, es por ello que esta variable medioambiental sí es tomada en cuenta para la estimación del modelo de impacto de proyectiles. Por último, la humedad relativa, en el ambiente, afecta en menor proporción a la velocidad del sonido solo si la temperatura es superior a 20 °C, según [9]. Es por ello, que también se tomará en cuenta esta variable para estimar el modelo deseado.

3.1.2 Datos simulados de los sensores

Para obtener el modelo final que represente al sistema de detección de impacto de proyectiles, iniciaremos nuestro estudio con un modelo base simulado, al cual luego se le hicieron algunos ajustes una vez que se tenga los datos experimentales. Es por ello que esta sección se encargará de simular las variables medioambientales y la velocidad del sonido para obtener datos simulados de los sensores.

a) Simulación de las variables medioambientales

Para simular las variables medioambientales se debe de observar cómo varían estos respecto al tiempo en un periodo de 24 horas al aire abierto. Observando las curvas

medioambientales de [42], la temperatura se podría aproximar para su simulación a una función polinomial con un ruido aditivo, la cual tendría como valor máximo 22,1 °C y un valor mínimo de 16,7 °C. Estos valores representan la temperatura promedio máxima y mínima que se podría tener durante un día en la ciudad de Lima, recopilado de [43]. La ecuación (3.1) muestra la simulación para los valores de la temperatura.

$$T(t) = -2,7 \cos\left(\frac{\pi}{10}t\right) + 19,4 + e, \quad e \sim N(0; 0, 1), \quad (3.1)$$

donde T es la salida del modelo que simula la variación de la temperatura durante el día, esta se puede observar en la Figura 3.1, t es el tiempo en horas y e es un error aditivo para simular disturbios como la imprecisión que presentan los sensores de temperatura o las perturbaciones climáticas leves.

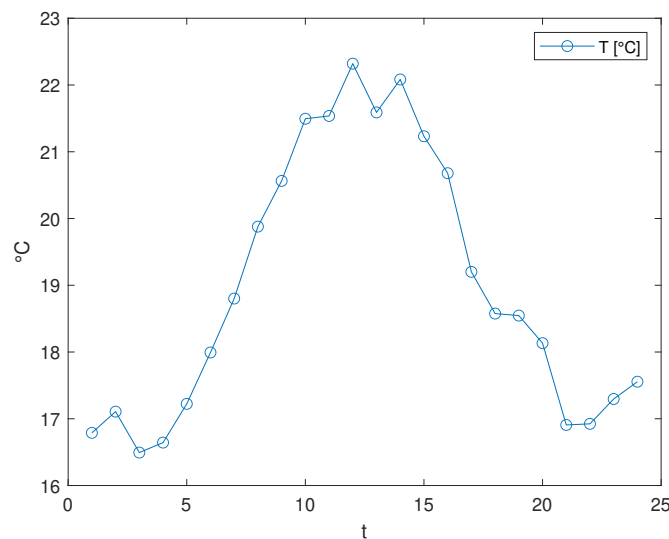


FIGURA 3.1: Simulación de la temperatura en un periodo de 24 horas.

Si siguiendo con el análisis de curvas en [42], la humedad relativa se podría aproximar para su representación también como una función polinomial, la cual tendría como valor máximo el 100 % y como valor mínimo el 70 %. Estos valores representan la

humedad relativa máxima y mínima que podría presentar la ciudad de Lima durante un típico día de la estación de otoño, según [44]. La ecuación (3.2) muestra la simulación de la humedad relativa.

$$H_R(t) = 15 \cos\left(\frac{\pi}{10}t\right) + 85 + e, \quad e \sim N(0; 0, 4), \quad (3.2)$$

donde H_R es la salida del modelo que simula la variación de la humedad relativa, en porcentaje, durante el día y e es un error aditivo para simular la imprecisión que presentan los sensores de humedad relativa. La salida del modelo simulado se puede observar en la Figura 3.2.

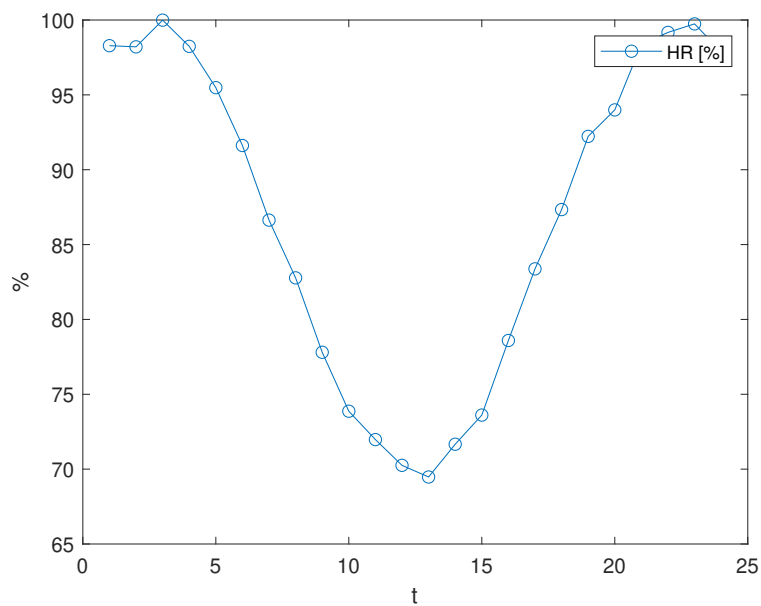


FIGURA 3.2: Simulación de la humedad relativa en un periodo de 24 horas.

b) Simulación de datos de los sensores de sonido

Para obtener un modelo simulado del sistema de detección de impacto de proyectiles, es necesario simular la velocidad del sonido para tener valores simulados de la detección de los sensores de sonido, ya que estos son los encargados de recibir

el sonido emitido por el proyectil. Para ello, se utiliza las siguientes expresiones matemáticas obtenidas en la investigación de Viorel Nicolau, estudiada en [9], para simular la velocidad del sonido:

$$V_{s_{\text{simulada}}} = P_0(T) + P_1(T)x_a + P_2(T)P + P_3(T)x_d + P_4x_a^2 + P_5P^2 + P_6x_d^2 + P_7x_ax_d, \quad (3.3)$$

$$P_0(T) = 331,5024 + 0,603055T - 0,000528T^2, \quad (3.4)$$

$$P_1(T) = 51,471935 + 0,1495874T - 0,000782T^2, \quad (3.5)$$

$$P_2(T) = -1,8210^{-7} + 3,7310^{-8}T - 2,9310^{-10}T^2, \quad (3.6)$$

$$P_3(T) = -85,20931 - 0,228525T + 5,9110^{-5}T^2, \quad (3.7)$$

donde $P_4 = -2,835149$, $P_5 = -2,1510^{-13}$, $P_6 = 29,179762$, $P_7 = 0,000486$, $P = 101,3125$, $x_d = 0,000383$, $V_{s_{\text{simulada}}}$ es la salida del modelo de velocidad del sonido simulada. Esta salida se puede observar en la Figura 3.3, la cual muestra una curva cuya forma es similar a la variación de la temperatura. Esto se debe a que esta variable medioambiental es la principal dependencia de la velocidad del sonido.

Con la simulación de la velocidad del sonido ya es posible simular los datos de los sensores de sonido. Se utiliza las formulas de Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU), el teorema de Pitágoras, y será necesario simular algunos puntos aleatorios que simulen los impactos de proyectiles para así relacionar todos los datos mencionados y lograr obtener los datos que tendrían los sensores de sonido de forma simulada. Una vez se tengan los datos simulados de los sensores de temperatura, humedad relativa y sonido, ya es posible realizar experimentos para encontrar, de forma simulada, el modelamiento del sistema de detección de impacto de proyectiles. En este caso los datos de temperatura y humedad relativa serían las causas y los posibles regresores serían la salida del modelo o una matriz identidad o la temperatura o la humedad relativa, pero con un cierto retraso.

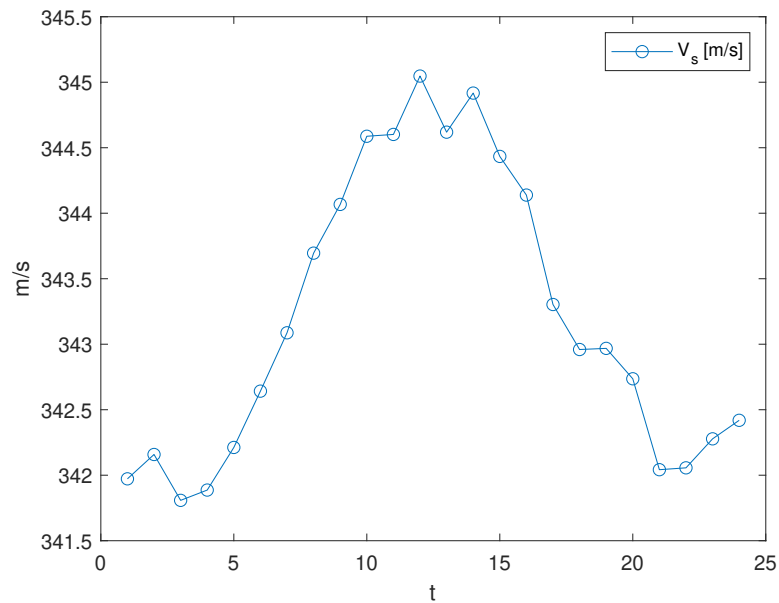


FIGURA 3.3: Simulación de la velocidad del sonido en un periodo de 24 horas.

3.2 (OE2) Modelamiento del sistema basado en medidas simuladas

Una vez obtenido los datos simulados de los sensores de sonido, temperatura y humedad relativa, se procede a encontrar la mejor estructura y modelamiento del sistema deseado usando los cuatro métodos de modelado explicados en la sección 2.3. Cabe resaltar que a diferencia del método de triangulación, el método por redes neuronales, *Backfitting* y RCAPE, consideran el sistema como una caja negra pues solo se conoce la data de entrada y de salida.

3.2.1 Modelamiento por triangulación

Como se mencionó anteriormente, los equipos actuales en el mercado para la detección y ubicación de impactos de proyectiles emplean el modelado por triangulación

para estimar el punto de impacto. En esta tesis, se implementó este modelo para comparar, de forma individual, los resultados con aquellos obtenidos mediante el método actual y los métodos de modelamiento basados en datos. Para realizar el modelamiento por triangulación, se debe de considerar la fórmula que relaciona la velocidad, tiempo y distancia. Al no conocerse el tiempo que demora en llegar el sonido del impacto de un proyectil a los sensores de sonido, se toma la diferencia de tiempos entre los sensores de sonido. Es decir, se tuvo un contador del tiempo y cuando algún sensor reciba la señal del sonido, este toma el valor del tiempo de ese instante para luego restar ese valor con el de otro sensor y así obtener las diferencias de tiempo entre los sensores de sonido. Además, se utiliza como referencia el tiempo y la distancia entre el impacto de un proyectil y la ubicación del primer sensor de sonido. La Figura 3.4 ilustra el punto de impacto de un proyectil, marcado con las coordenadas (x, y) , así como la posición estratégica de los tres sensores de sonido empleados, identificados como s_1 , s_2 y s_3 . Además, esta Figura destaca claramente las distancias d_1 , d_2 y d_3 , que corresponden a las separaciones respectivas entre el punto de impacto del proyectil y cada uno de los sensores mencionados.

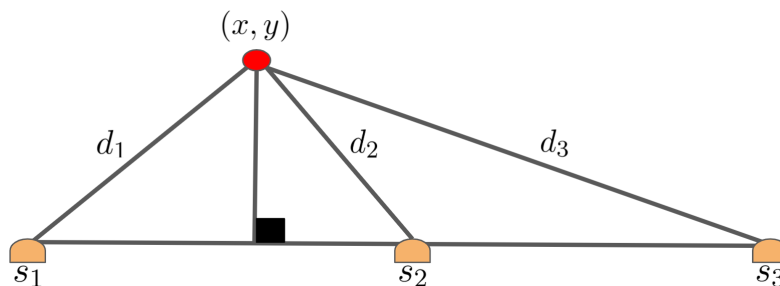


FIGURA 3.4: Gráfica del modelamiento por triangulación utilizando tres sensores de sonido.

Observando la Figura 3.4, utilizando el teorema de Pitágoras y la teoría de MRU se puede obtener las siguientes fórmulas:

$$T_a = t_2 - t_1, \quad (3.8)$$

$$T_b = t_3 - t_1, \quad (3.9)$$

$$d_2 = d_1 + V_s T_a, \quad (3.10)$$

$$d_3 = d_1 + V_s T_b, \quad (3.11)$$

$$d_1^2 = y^2 + (x - s_1)^2, \quad (3.12)$$

$$d_2^2 = y^2 + (s_2 - x)^2, \quad (3.13)$$

$$d_3^2 = y^2 + (s_3 - x)^2, \quad (3.14)$$

donde t_1 , t_2 y t_3 son los tiempos obtenidos por los sensores de sonido, T_a y T_b son las diferenciales de tiempo entre los sensores y V_s es la velocidad del sonido. Al realizar una resta entre la ecuación (3.14) y (3.12) se obtienen la siguiente expresión matemática:

$$x = (T_b^2 V_s^2 + 2d_1 T_b V_s + s_1^2 - s_3^2) / (2s_1 - 2s_3). \quad (3.15)$$

Luego de obtener la estimación del eje x relacionando las variables conocidas y la única variable que no es conocida, que en este caso es d_1 , se procede a utilizar la ecuación (3.15) y (3.10) en (3.13), obteniendo la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} y = & ((2d_1 s_1 - 2d_1 s_3 + 2s_1 s_2 - 2s_2 s_3 - T_b^2 V_s^2 - s_1^2 + s_3^2 - 2T_b V_s d_1 \\ & + 2T_a V_s s_1 - 2T_a V_s s_3)^{1/2} (2d_1 s_1 - 2d_1 s_3 - 2s_1 s_2 + 2s_2 s_3 \\ & + T_b^2 V_s^2 + s_1^2 - s_3^2 + 2T_b V_s d_1 + 2T_a V_s s_1 - 2T_a V_s s_3)^{1/2}) / (2(s_1 - s_3)). \end{aligned} \quad (3.16)$$

Para terminar de realizar el modelamiento por triangulación, se debe de obtener el valor de la variable desconocida d_1 en función de las variables conocidas como los diferenciales de tiempo entre los sensores de sonido y la ubicación de estos. Para ello se relaciona la

ecuación (3.15) y (3.16) en (3.12):

$$\begin{aligned}
d_1 = & (-T_a^2 V_s^2 s_1 + T_a^2 V_s^2 s_3 + T_b^2 V_s^2 s_1 - T_b^2 V_s^2 s_2 - s_1^2 s_2 \\
& + s_1^2 s_3 + s_1 s_2^2 - s_1 s_3^2 - s_2^2 s_3 + s_2 s_3^2) / (2T_a V_s s_1 \\
& - 2T_a V_s s_3 - 2T_b V_s s_1 + 2T_b V_s s_2).
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Finalmente, para realizar la estimación de la ubicación del impacto de un proyectil, se requiere colocar en orden las ecuaciones finales obtenidas. Primero se debe de calcular el valor de d_1 utilizando la ecuación (3.17) y luego se procede a estimar las coordenadas x y y utilizando las ecuaciones (3.15) y (3.16).

3.2.2 Modelamiento por redes neuronales

Para realizar el modelamiento del sistema deseado usando redes neuronales, se debe de utilizar los datos simulados descritos anteriormente. En esta investigación se usaron redes neuronales con función de base radial para tener un mejor modelamiento del sistema desconocido, debido a que capturan no linealidades y proporcionan interpolación local en sistemas desconocidos. Se debe de probar distintas estructuras para representar el modelo de tipo caja negra. A continuación, se muestra todas las estructuras candidatas realizadas para modelar el sistema:

$$E = a(T, H_R)I + b(T_a, T_b)I, \tag{3.18}$$

$$E = a(T, H_R)I + b(T_a)I + c(T_b)I, \tag{3.19}$$

$$E = a(T)I + b(H_R)I + c(T_a)I + d(T_b)I, \tag{3.20}$$

$$E = a(T, T_a)I + b(T, T_b)I, \tag{3.21}$$

$$E = a(T, T_a)I + b(T, T_b)I + c(H_R, T_a)I + d(H_R, T_b)I, \tag{3.22}$$

$$E = a(T)I + b(T_a, T_b)I, \tag{3.23}$$

$$E = a(T)I + b(T_a)I + c(T_b)I, \tag{3.24}$$

$$E = a(T, T_a)I + b(T, T_b)I + c(T_a, T_b)I, \quad (3.25)$$

$$E = a(T, H_R)T_{k-1} + b(T_a, T_b)T_{k-1}, \quad (3.26)$$

$$E = a(T, H_R)T_{k-1} + b(T_a)T_{k-1} + c(T_b)T_{k-1}, \quad (3.27)$$

$$E = a(T)T_{k-1} + b(H_R)H_{Rk-1} + c(T_a)T_{k-1} + d(T_b)T_{k-1}, \quad (3.28)$$

$$E = a(T, T_a)T_{k-1} + b(T, T_b)T_{k-1}, \quad (3.29)$$

$$E = a(T, T_a)T_{k-1} + b(T, T_b)T_{k-1} + c(H_R, T_a)H_{Rk-1} + d(H_R, T_b)H_{Rk-1}, \quad (3.30)$$

$$E = a(T)T_{k-1} + b(T_a, T_b)T_{k-1}, \quad (3.31)$$

$$E = a(T)T_{k-1} + b(T_a)T_{k-1} + c(T_b)T_{k-1}, \quad (3.32)$$

$$E = a(T, T_a)T_{k-1} + b(T, T_b)T_{k-1} + c(T_a, T_b)T_{k-1}, \quad (3.33)$$

$$E = a(T, H_R)T_{k-1} + b(T_a, T_b)T_{k-1}, \quad (3.34)$$

$$E = a(T, H_R)T_{k-1} + b(T_a)T_{k-1} + c(T_b)T_{k-1}, \quad (3.35)$$

$$E = a(T)T_{k-1} + b(H_R)H_{Rk-1} + c(T_a)T_{k-1} + d(T_b)T_{k-1}, \quad (3.36)$$

$$E = a(T, T_a)T_{k-1} + b(T, T_b)T_{k-1}, \quad (3.37)$$

$$E = a(T, T_a)T_{k-1} + b(T, T_b)T_{k-1} + c(H_R, T_a)H_{Rk-1} + d(H_R, T_b)H_{Rk-1}, \quad (3.38)$$

$$E = a(T)T_{k-1} + b(T_a, T_b)T_{k-1}, \quad (3.39)$$

$$E = a(T)T_{k-1} + b(T_a)T_{k-1} + c(T_b)T_{k-1}, \quad (3.40)$$

$$E = a(T, T_a)T_{k-1} + b(T, T_b)T_{k-1} + c(T_a, T_b)T_{k-1}, \quad (3.41)$$

donde E es la salida del modelo al estimar las coordenadas x o y de la ubicación del impacto del proyectil, los parámetros desconocidos que dependen de causas conocidas son a , b , c y d , e I es una matriz identidad. Para probar cada estructura primero se debe de normalizar los valores simulados de las variables medioambientales y los diferenciales de tiempo de cada sensor los cuales son: $T_a = t_2 - t_1$ y $T_b = t_3 - t_1$. Luego se crea una matriz con centros aleatorios, dependiendo de la cantidad de neuronas a tener, y una matriz que contiene los radios de las Gaussianas que dependen de la varianza que se le dé. Estos datos son introducidos en una función Gaussiana para obtener las matrices que permiten

obtener la estimación de los pesos. En este caso se tuvo dos funciones Gaussianas:

$$G_1(X, \mathbf{c}, \mathbf{r}, z) = ze^{-\frac{(X-c)^2}{r^2}}, \quad (3.42)$$

$$G_2(\mathbf{X}, \mathbf{c}, \mathbf{r}, z) = ze^{-(\mathbf{X}-\mathbf{c})^T \mathbf{r}^{-1} (\mathbf{X}-\mathbf{c})}, \quad (3.43)$$

donde G_1 es la función Gaussiana que solo depende de una causa conocida, G_2 es la función Gaussiana que depende de múltiples causas conocidas, X es la causa conocida de la función G_1 , \mathbf{X} son las causas conocidas para la función G_2 , \mathbf{c} es la matriz que contiene los centros, \mathbf{r} es la matriz que contiene los radios y z es el regresor de cada parámetro a estimar. Para estimar los pesos de la red neuronal, se utiliza la siguiente expresión matemática:

$$\mathbf{w} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T E, \quad (3.44)$$

donde \mathbf{w} es una matriz que contiene la estimación de los pesos de la red, \mathbf{H} es una matriz que contiene el resultado de cada función Gaussiana, la cual depende de la estructura a utilizar, y E es la salida del modelo que en este caso podría ser la coordenada en x o en y de la ubicación del impacto del proyectil. Para encontrar el mejor modelamiento con las diferentes estructuras, se debe de variar la varianza de las Gaussianas entre 0,05 y 0,8 con un crecimiento de 0,01. Cada varianza se prueba con diferentes cantidades de neuronas. Esta cantidad varió entre 1 a 30 neuronas. Es decir se tuvo diferentes centros y diferentes radios para las matrices Gaussianas al estimar los pesos de la red neuronal para cada estructura. Finalmente, se procede a observar el error relativo medio de la estimación de cada eje para escoger la mejor varianza con la mejor cantidad de neuronas de cada estructura y encontrar la que mejor represente al sistema.

3.2.3 Modelamiento por RCAPE

Para modelar el sistema deseado usando el método RCAPE, se debe de probar distintas estructuras que representen al sistema desconocido. Estas estructuras fueron las

mismas empleadas para el modelamiento por redes neuronales en la sección 3.2.2. El primer paso para modelar el sistema es definir una matriz que contenga las causas conocidas para cada parámetro desconocido, una matriz que tenga los regresores conocidos, definir un factor de olvido α , un valor de cardinalidad para cada parámetro desconocido, definir los valores iniciales de la estimación de cada parámetro desconocido, que en este caso tendrán un valor de cero, y una matriz que contenga el primer valor de la covarianza para el error de estimación, que en este caso tuvieron un valor de uno. Una vez obtenido la estimación de los parámetros desconocidos se debe de usar el algoritmo SVR para parametrizarlos. En este caso se usa una función Gaussiana para el Kernel y un valor de ϵ referente al rango intercuartil respecto a la estimación de cada parámetro.

Para encontrar la mejor estructura usando este método se varió el factor de olvido entre 0,05 y 0,8 con un crecimiento de 0,025. Cada variación del factor de olvido es probado con diferentes valores de cardinalidad entre 1 al 200 para cada parámetro desconocido. Finalmente, se evalúa el mejor factor de olvido con su respectivo mejor valor cardinalidad para cada parámetro observando el error relativo medio de cada estimación de cada coordenada.

3.2.4 Modelamiento por *backfitting*

Este método es muy similar al método RCAPE. La diferencia radica en que solo se podrán usar las estructuras que poseen parámetros desconocidos que presentan monodependencia de causas conocidas. Se debe definir una matriz con las causas conocidas, otra con los regresores y otra con la salida del modelo que podría ser la coordenada en x o la coordenada en y . Se tomaron los valores recomendados por defecto para los otros parámetros que requiere el programa. Una vez obtenido la estimación de los parámetros desconocidos se usa el algoritmo SVR para parametrizar las curvas obtenidas. Se usa una función Gaussiana para el Kernel y un valor de ϵ relacionando el rango intercuartil de la estimación de cada parámetro. Este procedimiento se realiza para cada estructura

variando el hiperparámetro de iteraciones que realiza el método. Finalmente, se evalúa la mejor cantidad de iteraciones para cada estructura analizando el error relativo medio al estimar cada coordenada de la ubicación del impacto de un proyectil.

3.2.5 Prueba de los modelamientos obtenidos por simulación

Para validar los cuatro modelos obtenidos por simulación se generan puntos aleatorios que simulan los impactos de proyectiles. Se generan mil valores aleatorios simulados, los cuales tienen una media igual a 1 y una varianza de 0, 1. La Figura 3.5 muestra algunos valores aleatorios como ejemplos. Estas coordenadas simuladas permiten obtener datos simulados de los diferenciales de tiempo para los sensores de sonido. Además, se generarán mil valores aleatorios para simular nuevos datos de temperatura y humedad relativa. Todos estos datos son utilizados en los cuatro modelamientos obtenidos por simulación para obtener la estimación de cada coordenada. Para comparar que método posee una mejor exactitud al momento de estimar la ubicación de los impactos de proyectiles simulados se utiliza la ecuación (3.45) de distancia entre puntos.

$$d = \sqrt{(x - \hat{x})^2 + (y - \hat{y})^2}, \quad (3.45)$$

donde d es la distancia entre el punto simulado y la estimación de este, x y y son las coordenadas de los puntos simulados, y \hat{x} y \hat{y} son las estimaciones de las coordenadas de los puntos simulados. Se realiza un promedio aritmético con todas las distancias obtenidas para cada modelamiento y así encontrar el mejor modelamiento obtenido por simulación.

3.3 (OE3) Construcción de prototipo para obtención de datos experimentales

El objetivo de llevar a cabo una simulación del sistema deseado radica en identificar la estructura óptima que mejor emule el comportamiento del sistema en estudio,

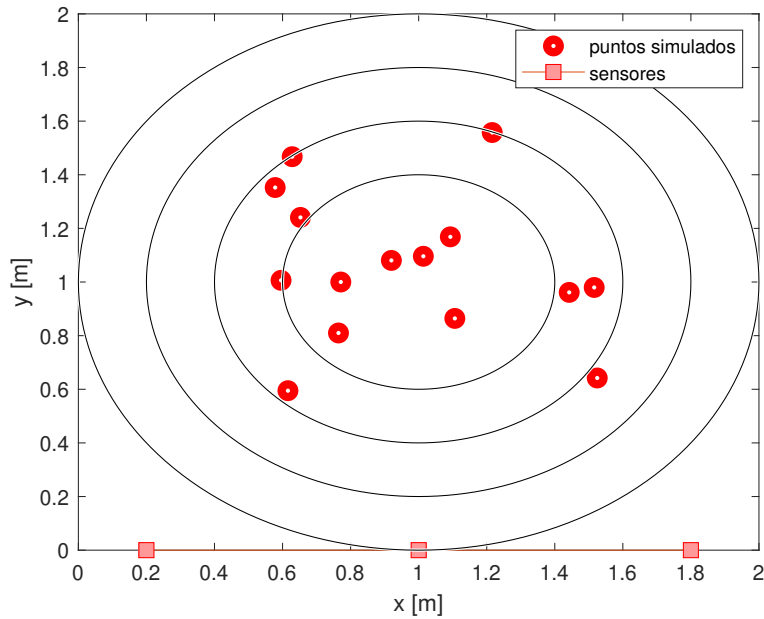


FIGURA 3.5: Simulación de puntos aleatorios en un blanco de tiro virtual.

considerado como una caja negra. Completada esta etapa, el siguiente paso implica desarrollar un prototipo experimental que permita recopilar datos reales. Esto se hace con la finalidad de obtener el modelado final, utilizando la estructura óptima obtenida en el proceso de simulación, y teniendo así una aproximación más fidedigna a las características reales del sistema de detección de impactos de proyectiles.

Para obtener datos experimentales se debe de construir un prototipo experimental que represente el impacto de un proyectil en un blanco de tiro. Para ello, se construye un prototipo generador de sonido para representar los impactos de los proyectiles. Además, se debe de generar un ambiente controlado variando la temperatura y la humedad relativa para observar el efecto que tienen estas variables respecto a la velocidad del sonido.

3.3.1 Construcción del prototipo generador de sonido

El sonido del impacto de un proyectil es representado mediante un dispositivo electrónico que produce señales sonoras, el cual tomará distintas posiciones en el plano XY utilizando un mecanismo de posicionamiento. En esta Tesis, se empleó un buzzer activo que, operando con un rango de alimentación de 3 a 24 voltios DC, sirvió como dispositivo electrónico para la generación de señales sonoras. Es relevante señalar que la elección de este dispositivo no se fundamentó en un análisis comparativo de las frecuencias entre los sonidos que emite y aquellos producidos por un disparo real. Dado que el equipo está en una fase de prototipo de laboratorio, no tiene la capacidad de generar sonidos con la misma intensidad que los producidos por un disparo real. En una subsiguiente fase de investigación en un contexto real, es aconsejable emplear el modelo desarrollado en este estudio como base para efectuar ajustes pertinentes, con el objetivo de perfeccionarlo y lograr una versión más realista que pueda ser evaluada mediante pruebas con disparos de francotiradores.

El posicionador XY fue construido utilizando tres husillos de bola de 50 centímetros cada uno, como se observa en la Figura 3.6, a los cuales se le agregaron acoples impresos en 3D para unir los tres husillos y así obtener movimientos tanto en el eje x como en el eje y . Además, se le agregó una base de madera para fijar el posicionador y así evitar que este genere vibraciones al momento de realizar los movimientos. Es necesario que el movimiento de los husillos sea exacto, es por ello que se utilizaron motores paso a paso Nema 23, como se muestra la Figura 3.7, los cuales realizan 200 pasos para dar una vuelta completa.

El control de los motores paso a paso bipolares fue realizado utilizando el driver puente H L298n, como se muestra en la Figura 3.8, y un Arduino Mega. Se utilizó la biblioteca *Stepper* de Arduino para realizar el control de los motores paso a paso. Finalmente, se usaron fuentes de alimentación DC para brindar 12 voltios DC y 1 amperio de



FIGURA 3.6: Husillo de bola de 50 centímetros.



FIGURA 3.7: Motor paso a paso bipolar modelo Nema 23.

corriente para energizar los motores paso a paso. La Figura 3.9 muestra el prototipo generador de sonido final obtenido. En este se puede apreciar como se unieron dos husillos de bola en paralelo y uno de forma perpendicular a estos para que el emisor de sonido pueda desplazarse en distintos puntos en el plano XY. Esto permite representar los impactos de proyectiles que reciben los blancos de tiro. En este caso, el emisor de sonido tomó dos mil posiciones diferentes para generar datos experimentales. Adicional a ello, el emisor de sonido tomó otras cien posiciones aleatorias en el plano XY para generar datos de validación para los cuatro tipos de modelamientos obtenidos utilizando datos experimentales.

3.3.2 Construcción del ambiente controlado

Una vez construido el prototipo generador de sonido, se debe de construir un ambiente controlado variando la temperatura y la humedad relativa de este para apreciar como la velocidad del sonido es afectada por estas variables medioambientales y como al

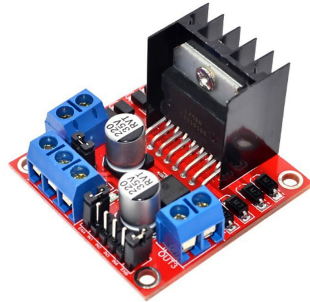


FIGURA 3.8: Driver puente HL298n para el control de los motores paso a paso bipolares

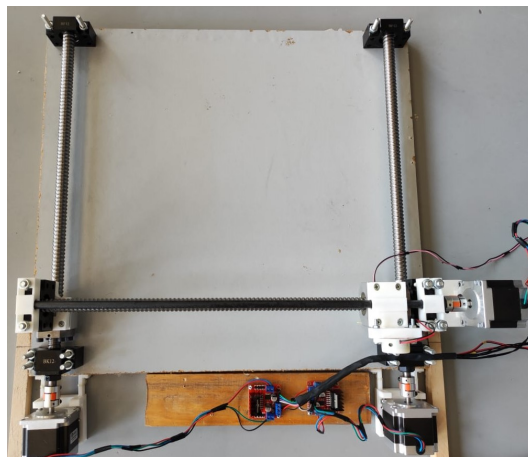


FIGURA 3.9: Prototipo generador de sonido construido con 3 husillos de bola y 3 motores paso a paso modelo Nema 23.

realizar un modelamiento mediante el análisis de datos se puede mejorar la estimación de la ubicación del impacto de un proyectil en un blanco de tiro.

Primero se construyó una estructura en forma de urna rectangular usando tubos de policloruro de vinilo (*PVC*). Este tubo una medida de 2 metros de largo por 90 centímetros de ancho y una altura de 50 centímetros. La Figura 3.10 muestra la estructura final que se obtuvo para la construcción del ambiente controlado. Se utilizaron mantas isotérmicas para cubrir la estructura creada con tubos de *PVC*. Se utilizó este material debido a su propiedad térmica para hacer que el calor no se pierda con facilidad hacia el ambiente

y a su bajo costo. La Figura 3.11 muestra la construcción final del ambiente controlado. Finalmente, se empleó un humidificador para variar la humedad relativa, junto con un calentador eléctrico con ventilador integrado, con el fin de modificar la temperatura ambiente. Estos elementos garantizan una distribución homogénea tanto del calor como de la humedad dentro de la estructura aislada por la manta isotérmica.



FIGURA 3.10: Estructura en forma prismática de 90 centímetros de ancho por 200 centímetros de largo por 60 centímetros de alto usando tubos de *PVC*.

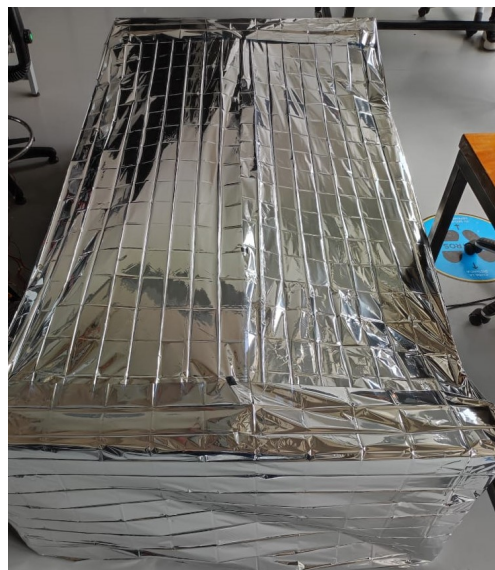


FIGURA 3.11: Cobertura de la estructura de tubos de *PVC* con manta térmica.

3.3.3 Obtención de datos experimentales

Al terminar de construir el prototipo experimental general, se colocaron distintos sensores para medir los efectos medioambientales. Se usaron cuatro sensores DHT22, como se muestra en la Figura 3.12. Estos sensores permiten monitorear la temperatura y la humedad relativa del ambiente con una precisión de medición de temperatura de $\pm 0,5$ °C y una precisión de medición de humedad relativa de 2%. Se colocaron dos sensores DHT22 cerca al emisor de sonido y otros dos cerca a los sensores de sonido. Los 4 valores de temperatura y humedad relativa obtenidos son promediados para obtener así un valor más preciso del ambiente. Estos datos fueron recepcionados con la misma placa de Arduino que realiza el control de los motores paso a paso. La Figura 3.13 muestra las conexiones eléctricas realizadas con la placa Arduino. Para la recepción de las ondas de sonido se usaron tres sensores de sonido KY-038, como se muestra en la Figura 3.14. Los tres sensores de sonido fueron colocados a una distancia de un metro de separación respecto al prototipo generador de sonido, como se observa en la Figura 3.15, debido a que el sistema real que se desea simular posee esta característica para evitar que algún competidor de tiro pueda dañar los componentes electrónicos. La Figura 3.16 muestra la construcción final del prototipo experimental generador de sonido junto a los 4 sensores de temperatura y humedad relativa, y los 3 sensores de sonido.



FIGURA 3.12: Sensor de temperatura y humedad relativa DHT22.

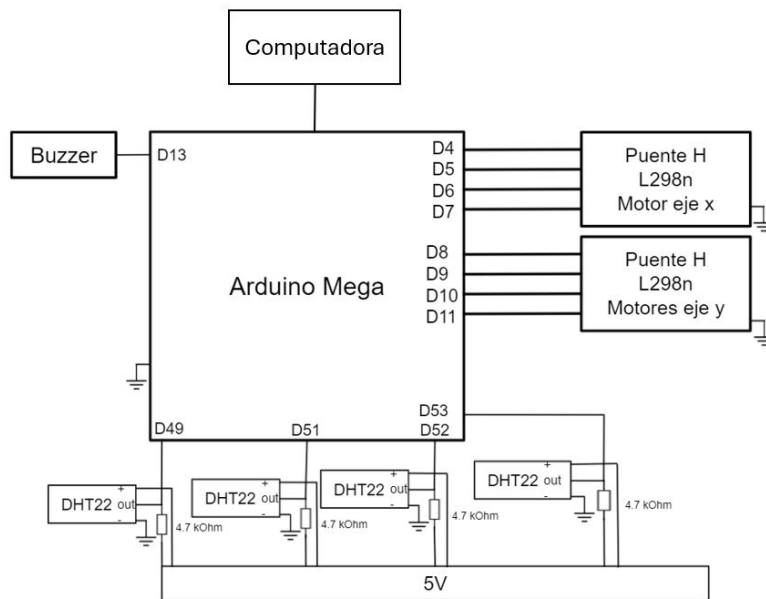


FIGURA 3.13: Diagrama eléctrico con todos los dispositivos conectados en la placa Arduino mega.

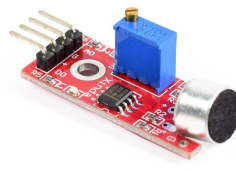


FIGURA 3.14: Sensor de sonido KY-038 con sensibilidad ajustable.

Se utilizó la placa STM32 núcleo-L476RG para la toma de datos de los sensores de sonido, la Figura 3.17 muestra las conexiones realizadas. Se programó el timer 6 para realizar cuentas por interrupciones cada 0,2 microsegundos. Cuando el emisor de sonido se activa, este manda una bandera de activación al STM32 para tomar el tiempo en ese instante de tiempo. Estos valores permiten obtener los diferenciales de tiempo explicados anteriormente.

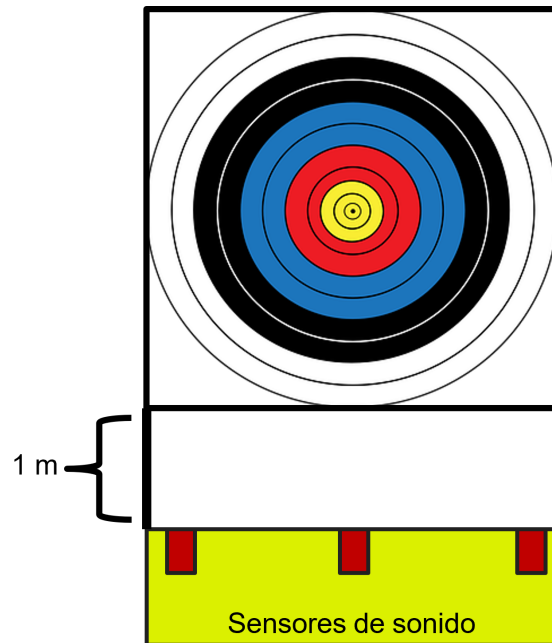


FIGURA 3.15: Ubicación de los sensores de sonido en el prototipo experimental.

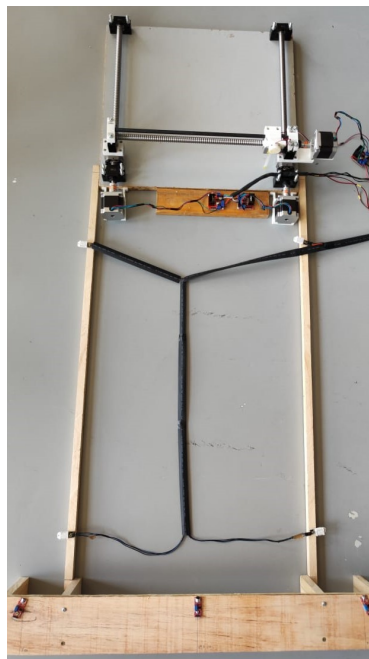


FIGURA 3.16: Prototipo generador de sonido unido con los sensores de temperatura, humedad relativa y sonido con sus respectivas distancias.

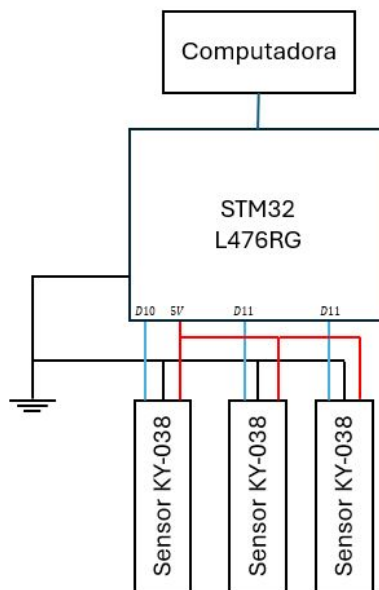


FIGURA 3.17: Diagrama eléctrico de los sensores de sonidos conectados en la placa STM32.

Para esta investigación se tomaron dos mil datos para modelar el sistema usando el método RCAPE, redes neuronales y regresión por *backfitting*. Además, se generaron cien datos adicionales para validar dichos modelos y así observar el error relativo medio de cada método al estimar las cien posiciones generadas por el posicionador XY.

3.4 (OE4) Modelamiento del sistema basado en medidas experimentales

Una vez obtenido los datos experimentales, se procede a utilizarlos para realizar el modelamiento del sistema en estudio empleando la estructura, hallada con datos simulados, que mejor represente al sistema desconocido.

La Figura 3.18 ilustra el funcionamiento del sistema para estimar el punto de impacto de los proyectiles a través del análisis de variables medioambientales. Los datos obtenidos por los sensores de sonido, temperatura y humedad relativa son procesados por

el sistema de tipo caja negra, el cual se busca modelar, para finalmente estimar la ubicación del impacto del proyectil en el blanco de tiro.

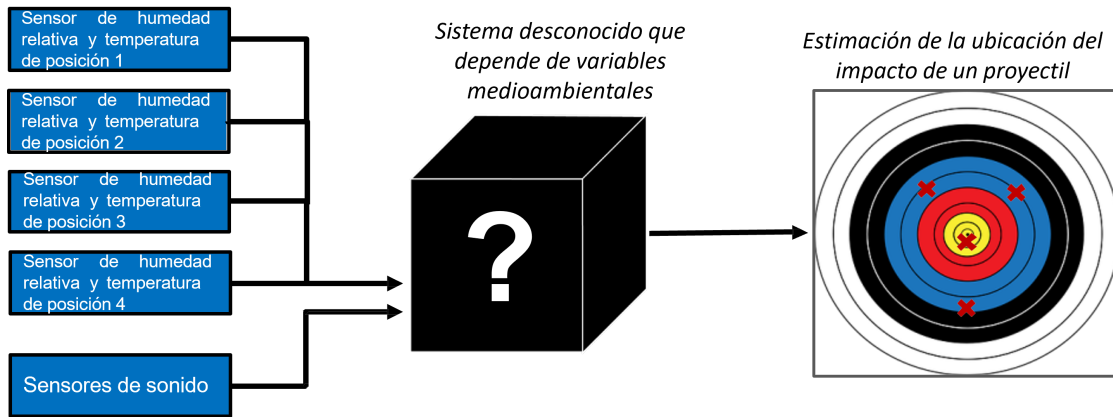


FIGURA 3.18: Proceso del sistema de detección y ubicación de impacto de proyectiles en blancos de tiro.

3.4.1 Modelamiento por redes neuronales

Para realizar el modelamiento por redes neuronales, explicado en la sección 2.3.2, usando los dos mil datos obtenidos por el prototipo experimental, se utilizó la mejor estructura que represente al sistema de tipo caja negra obtenida en la sección 3.2.2. Se realizó un reajuste de los hiperparámetros del método como lo es la varianza de las Gaussianas y la cantidad de neuronas a utilizar, con la finalidad de tener un mejor modelamiento del sistema deseado. Una vez realizado el entrenamiento del modelo, se utilizaron los cien datos experimentales de validación para analizar la exactitud de estimación de los puntos deseados usando este método.

3.4.2 Modelamiento por RCAPE

Se utilizó los dos mil datos experimentales y la mejor estructura obtenida en la sección 3.2.3. Se realizó un reajuste en los hiperparámetros del modelo como lo es el

factor de olvido α y el valor de cardinalidad para la estimación de cada parámetro desconocido, siguiendo la teoría explicada en la sección 2.3.4. Este reajuste consiste en variar el factor de olvido α aumentando su valor de 0,05 hasta 0,80 con un incremento de 0,01. Para cada valor de α se varía el valor del hiperparámetro cardinal para la estimación de cada parámetro desconocido que posee causas conocidas. Este valor varió entre 1 hasta 200 con un incremento de 1. Finalmente, se utilizaron los otros cien datos experimentales para validar el modelo.

3.4.3 Modelamiento por regresión *backfitting*

Se utilizó la mejor estructura obtenida en la sección 3.2.4 para modelar el sistema deseado usando los dos mil datos experimentales. Siguiendo la teoría explicada en la sección 2.3.3, se varió el valor de las iteraciones que necesita el método para realizar las estimaciones de parámetros desconocidos monodependientes. El valor de las iteraciones varió entre 1 a 200 con un incremento de 1. Finalmente, se utilizaron los cien datos de validación para analizar la distancia de la estimación obtenida y su respectiva coordenada experimental.

Capítulo 4

RESULTADOS Y DISCUSIONES

Como se mencionó en los capítulos anteriores, en la presente investigación se decidió trabajar con datos simulados para encontrar la mejor estructura que represente al sistema desconocido que se desea modelar. Posterior a ello se tomaron datos experimentales para validar dicha estructura.

4.1 Resultados obtenidos por simulación

Para lograr obtener el modelamiento general del sistema de detección de impacto de proyectiles se plantearon diferentes estructuras, como se muestra en la sección 3.2.2. Luego de realizar los procedimientos planteados por cada método para encontrar la mejor estructura para cada tipo de modelamiento, se obtuvo que la mejor estructura usando el modelamiento por redes neuronales y el modelamiento por RCAPE, fue la ecuación (3.18) mostrada a continuación:

$$E = a(T, H_R)I + b(T_a, T_b)I, \quad (4.1)$$

en donde se puede observar que esta depende de dos parámetros desconocidos. El primero depende de la temperatura y de la humedad relativa, y el segundo depende de las diferenciales de tiempo obtenidas por los sensores de sonido.

En el caso del modelamiento por redes neuronales se obtuvo que los mejores hiperparámetros para la estimación de la coordenada y , de la ubicación del impacto de un proyectil, fue tener un valor de 0,75 para la varianza de las Gaussianas y una cantidad de 18 neuronas. En el caso de la estimación de la coordenada en el eje x se tuvo un valor

	Modelamiento por redes neuronales
Error en el eje x	0,53 mm
Error en el eje y	3,99 mm
Error de estimación de puntos	5,02 mm

TABLA 4.1: Resultados obtenidos al estimar las coordenadas del eje x , y y la ubicación en general del impacto de proyectil simulado usando el modelamiento por redes neuronales.

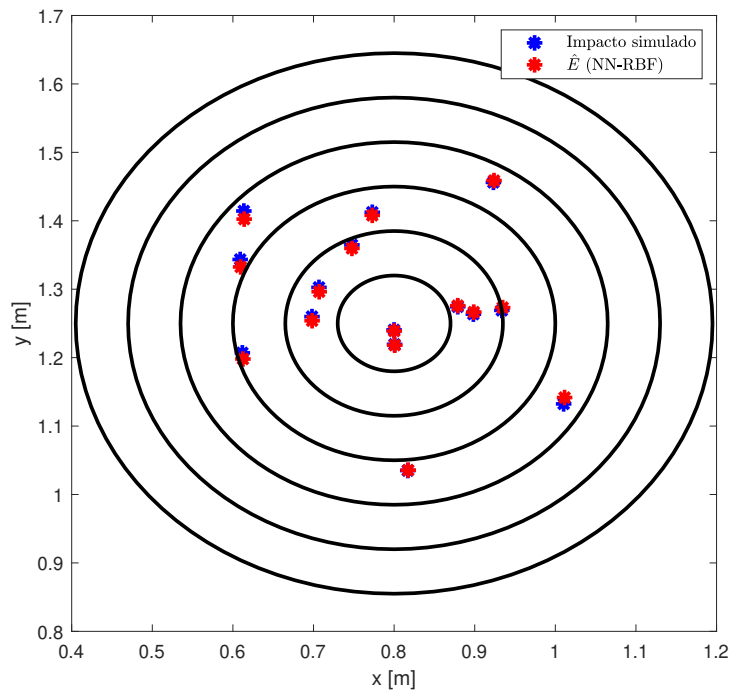


FIGURA 4.1: Resultado de la estimación \hat{E} de 15 puntos aleatorios simulados usando el modelamiento por redes neuronales.

de 0,18 para la varianza de las Gaussianas y una cantidad de 27 neuronas. La Tabla 4.1 muestra los errores de estimación que posee este tipo de modelamiento al estimar la ubicación de impacto de proyectiles simulados. En esta Tabla se puede observar que el error al estimar la ubicación del impacto de un proyectil es de 5,02 milímetros. La Figura 4.1 muestra, como ejemplo, el resultado de estimar 15 puntos aleatorios en un blanco de tiro usando el método mencionado anteriormente.

Como se mencionó, la mejor estructura al usar el modelamiento por RCAPE fue la ecuación (3.18). Luego de realizar los pasos mencionados en la sección 3.2.3, el mejor factor de olvido α para la estimación del eje x fue de 0,325 y para el eje y fue de 0,450. El valor cardinal para la estimación de la coordenada x fue de 29 y el cardinal para el eje y fue de 7. La Tabla 4.2 muestra los errores obtenidos al realizar la estimación de puntos aleatorios simulados al utilizar el modelamiento obtenido por simulación empleando el método RCAPE. En la Tabla se puede observar que para la estimación de la coordenada x se obtuvo un error de 5,34 milímetros. Y para la estimación de la coordenada y se obtuvo un error de 10,77 milímetros. En cuanto a la estimación en general de puntos simulados en un blanco de tiro se obtuvo un error de estimación de 14,82 milímetros. La Figura 4.2 muestra el resultado de la estimación de 15 puntos aleatorios simulados en un blanco de tiro para mostrar visualmente la exactitud de este método.

	Modelamiento por RCAPE
Error en el eje x	5,34 mm
Error en el eje y	10,77 mm
Error de estimación de puntos	14,82 mm

TABLA 4.2: Resultados obtenidos al estimar las coordenadas del eje x , y y la ubicación en general del impacto de proyectil simulado usando el modelamiento por RCAPE.

Una vez realizado todos los pasos propuestos en la sección 3.2.4, la mejor estructura que representa el sistema de tipo caja negra usando el modelamiento por regresión *backfitting* es la ecuación (3.20). Esta ecuación se muestra a continuación:

$$E = a(T)I + b(T_a)I + c(T_b) + d(H_R), \quad (4.2)$$

en donde el primer parámetro desconocido a depende netamente de la temperatura del ambiente, el parámetro b depende de la primera diferencial de tiempo entre el sensor de sonido T_1 y el sensor T_2 . El parámetro desconocido c depende de la segunda diferencial de tiempo entre el sensor de sonido T_1 y el sensor T_3 y el último parámetro depende

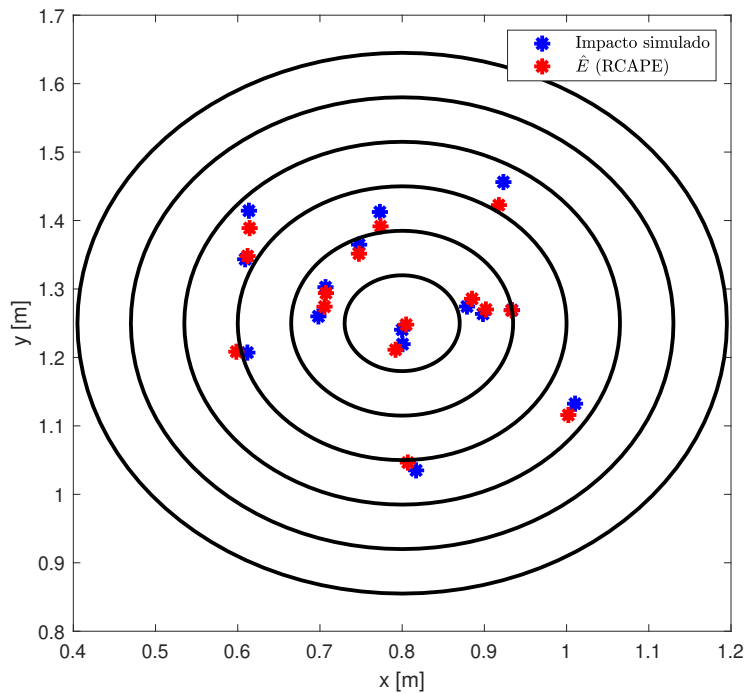


FIGURA 4.2: Resultado de la estimación \hat{E} de 15 puntos aleatorios simulados usando el modelamiento por RCAPE.

de la humedad relativa del ambiente. Como se mencionó en la sección 3.2.4, se realizó diferentes pruebas para encontrar los mejores hiperparámetros de este método, que en este caso, es la variación de las iteraciones que realiza el método para estimar los parámetros desconocidos. Se obtuvo como resultado que para la estimación de la coordenada x se necesitó 52 iteraciones y para la coordenada y se necesitó 144 iteraciones. La Tabla 4.3 muestra que para la estimación de la coordenada x se obtuvo un error de estimación de 14,68 milímetros y para la coordenada y se obtuvo un error de 17,47 milímetros. También se puede observar que para la estimación general de la ubicación del impacto de proyectil simulado se obtuvo un error de estimación de 27,50 milímetros. La Figura 4.3 muestra el resultado de la estimación de 15 puntos aleatorios simulados en un blanco de tiro para observar la exactitud al utilizar el modelamiento por regresión *backfitting*.

	Modelamiento por <i>Backfitting</i>
Error en el eje x	14,68 mm
Error en el eje y	17,47 mm
Error de estimación de puntos	27,50 mm

TABLA 4.3: Resultados obtenidos al estimar las coordenadas del eje x , y y la ubicación en general del impacto de proyectil simulado usando el modelamiento por regresión *backfitting*.

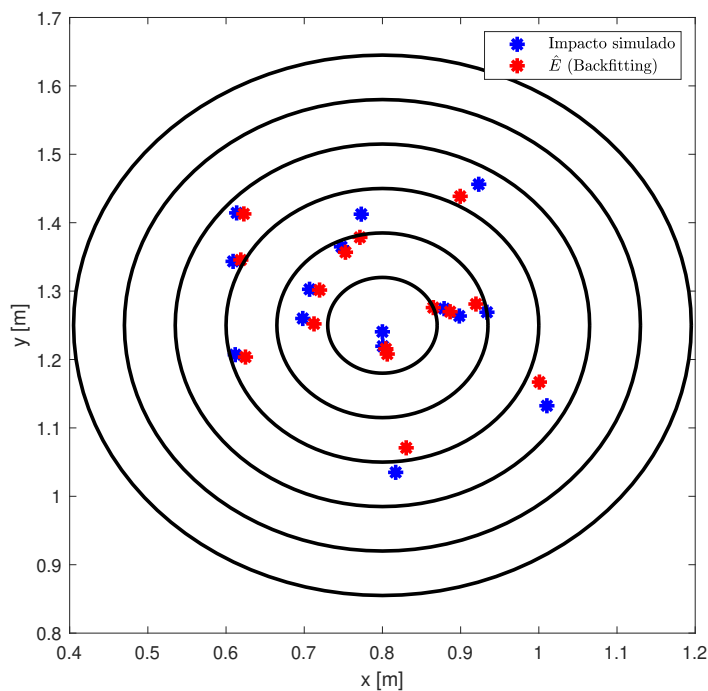


FIGURA 4.3: Resultado de la estimación \hat{E} de 15 puntos aleatorios simulados usando el modelamiento por regresión por *backfitting*.

Al utilizar las ecuaciones del modelamiento por triangulación de la sección 3.2.1 para estimar las ubicaciones de los impactos de proyectiles en un blanco de tiro, se obtuvo un error de estimación general de 8,00 milímetros. Para la estimación de la coordenada x se obtuvo un error de estimación de 0,02 milímetros y para la coordenada y se obtuvo un error de 6,39 milímetros. Estos resultados se pueden observar en la Tabla 4.4. La Figura 4.4 muestra el resultado de la estimación de 15 puntos aleatorios simulados en un blanco

	Modelamiento por triangulación
Error en el eje x	0,02 mm
Error en el eje y	6,39 mm
Error de estimación de puntos	8,00 mm

TABLA 4.4: Resultados obtenidos al estimar las coordenadas del eje x , y y la ubicación en general del impacto de proyectil simulado usando el modelamiento por triangulación.

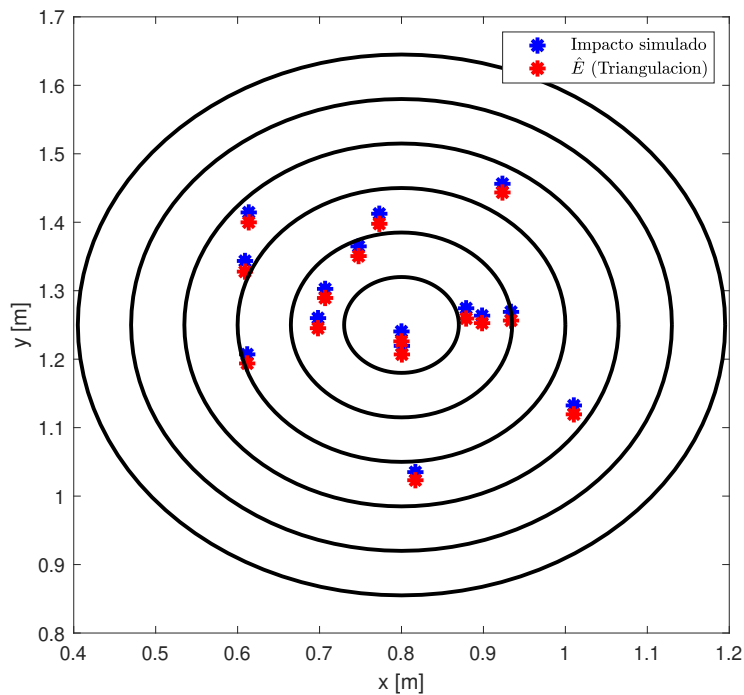


FIGURA 4.4: Resultado de la estimación \hat{E} de 15 puntos aleatorios simulados usando el modelamiento por triangulación.

de tiro al utilizar el modelamiento por triangulación.

Luego de analizar los resultados obtenidos por simulación podemos observar que el mejor modelamiento del sistema deseado se obtuvo al usar las redes neuronales. Este posee un error de 5,02 milímetros al realizar la estimación de la ubicación de impacto de proyectiles simulados. También se puede mencionar que el método de triangulación tuvo un resultado de estimación relativamente exacto y esto se debe principalmente a que

los datos de los sensores se obtuvieron usando fórmulas matemáticas y ciertos teoremas matemáticos, lo cual indica que se asume situaciones ideales como conocer la ubicación exacta de los sensores de sonido. En la siguiente sección se puede observar como el método de triangulación pierde cierta exactitud al estimar la ubicación de los impactos de proyectiles porque ahora se emplea datos reales y al no tener medidas exactas de la ubicación de los sensores de sonido, al no conocer el centro del emisor de sonido para representar el impacto de un proyectil en un blanco de tiro, y al saber que toda la construcción del prototipo experimental fue realizada mediante medidas manuales; la estimación de las coordenadas deseadas tuvieron un mayor error.

4.2 Validación de los cuatro modelamientos usando datos experimentales

Para validar los cuatro modelamientos obtenidos por simulación, se obtuvieron datos experimentales usando el prototipo generador de sonido en unión con el ambiente controlado. Se prendió el calentador eléctrico en el centro del ambiente controlado para que poco a poco la temperatura vaya variando. También se prendió el humidificador para hacer variar la humedad relativa del ambiente controlado. En este caso, se obtuvieron dos mil datos experimentales para modelar el sistema DIP usando como base los resultados obtenidos por simulación. Además, se obtuvieron cien datos adicionales para probar el modelo final obtenido y así obtener el error de estimación de cada método al estimar mil nuevas posiciones. La Figura 4.5 muestra los datos de temperatura obtenidos y la Figura 4.6 muestra los datos de la humedad relativa que presentó el ambiente controlado. Estos últimos datos presentaron un comportamiento contraintuitivo, ya que se esperaba que la humedad relativa aumente al momento de encender el humidificador, lo cual no ocurrió. Al momento de encender el humidificador, la humedad relativa empezó a descender, esto se puede observar en los 1000 primeros datos de la Figura 4.6. En cambio, cuando se apagó el humidificador, la humedad empezó a ascender, como se muestra a partir de la muestra 1000 hacia adelante. Sin embargo, este comportamiento no impidió tomar los

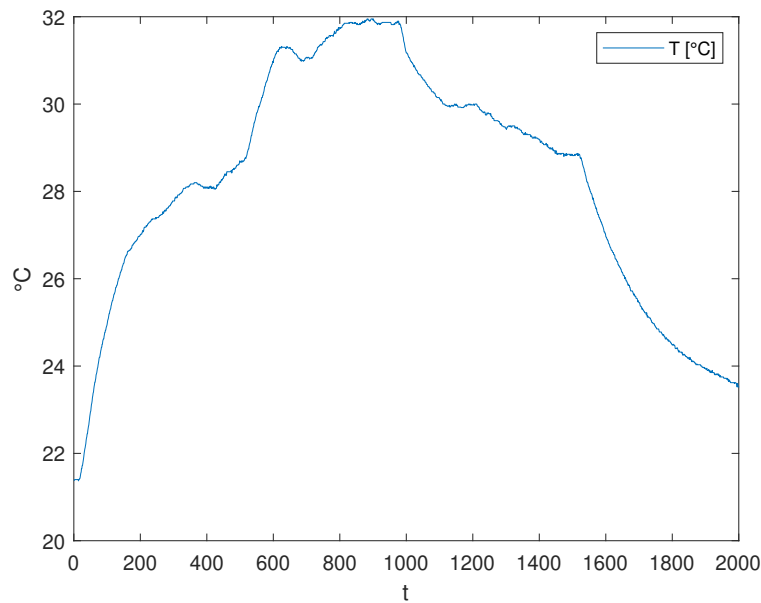


FIGURA 4.5: Datos experimentales de la temperatura en el ambiente controlado para la validación experimental.

datos respectivos para la presente investigación y así poder validar los cuatro tipos de modelamientos realizados al sistema de detección de impacto de proyectiles.

Se usaron los datos de temperatura, humedad relativa y los diferenciales de tiempo obtenidos del prototipo experimental general para realizar ajustes de los hiperparámetros de cada tipo de modelamiento. Para el modelamiento obtenido por redes neuronales, se obtuvo que para la estimación de la coordenada x la varianza de las Gaussianas debe de ser 0,77 y se debe de tener una cantidad de neuronas igual a 16. En el caso de la coordenada y la varianza de las Gaussianas debe ser de 0,66 y se utilizaron 17 neuronas. La Tabla 4.5 muestra los errores obtenidos al estimar los puntos aleatorios experimentales al utilizar el modelamiento final empleando las redes neuronales. En esta Tabla se puede observar que el error de estimación de la ubicación de puntos experimentales fue de 2,19 milímetros. La Figura 4.7 muestra el resultado de la estimación de 15 puntos aleatorios obtenidos experimentalmente para observar la exactitud de las estimaciones al utilizar el

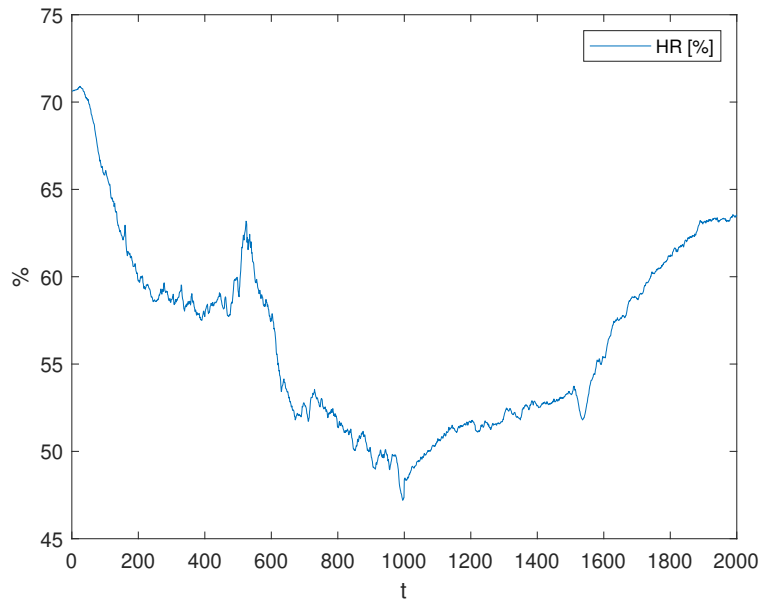


FIGURA 4.6: Datos experimentales de la humedad relativa en el ambiente controlado para la validación experimental.

modelamiento por redes neuronales.

	Modelamiento por redes neuronales
Error en el eje x	0,68 mm
Error en el eje y	1,08 mm
Error de estimación de puntos	2,19 mm

TABLA 4.5: Resultados obtenidos al estimar las coordenadas del eje x , y y la ubicación en general de impacto de proyectiles obtenido experimentalmente usando el modelamiento por redes neuronales.

Para validar los resultados obtenidos por simulación del método RCAPE, se realizó un reajuste de los hiperparámetros usando los datos experimentales. En este caso, para la estimación de las coordenadas del eje x se tuvo un valor del factor de olvido α igual a 0,530 y un valor cardinal de 2. Para la estimación de la coordenada y se obtuvo un valor de 0,490 para el factor de olvido y un valor de 7 para el cardinal. La Tabla 4.6 muestra los errores obtenidos al estimar la ubicación de los impactos de proyectiles, obtenidos de

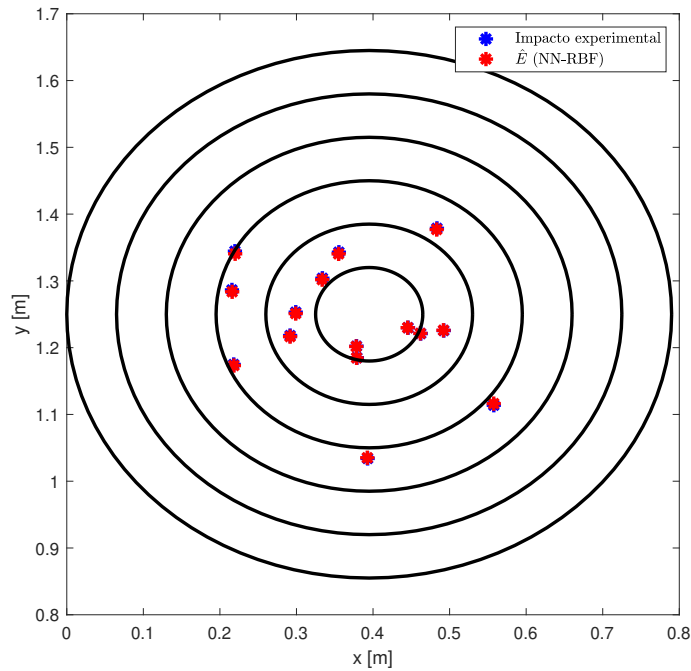


FIGURA 4.7: Resultado de la estimación \hat{E} de 15 puntos aleatorios obtenidos experimentalmente usando el modelamiento por redes neuronales.

forma experimental, empleando el método RCAPE. En esta Tabla se observa que el error de estimación de la ubicación de los puntos experimentales es de 20,13 milímetros. La Figura 4.8 muestra el resultado de la estimación de 15 puntos aleatorios experimentales para demostrar la exactitud del modelamiento por RCAPE.

	Modelamiento por RCAPE
Error en el eje x	12,13 mm
Error en el eje y	15,77 mm
Error de estimación de puntos	20,13 mm

TABLA 4.6: Resultados obtenidos al estimar las coordenadas del eje x, y y la ubicación en general del impacto de proyectiles obtenidos experimentalmente usando el modelamiento RCAPE.

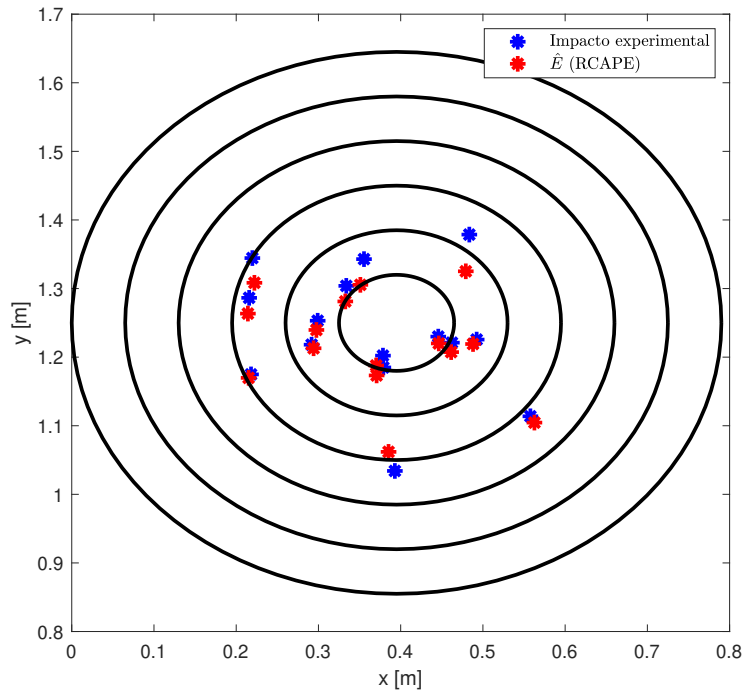


FIGURA 4.8: Resultado de la estimación \hat{E} de 15 puntos aleatorios obtenidos experimentalmente usando el modelamiento RCAPE.

Para la validación de los resultados obtenidos por simulación del método de regresión por *backfitting* se realizó un reajuste en el hiperparámetro de iteraciones que presenta el método. En este caso, se obtuvo un valor de 5 iteraciones para la estimación de la coordenada x y un valor de 354 para la estimación de la coordenada y . La Tabla 4.7 muestra que el error final obtenido, en la estimación de la ubicación de los puntos obtenidos experimentalmente, es de 32,55 milímetros. La Figura 4.9 muestra la exactitud de la estimación de 15 puntos aleatorios experimentales al usar el modelamiento de regresión por *backfitting*.

Finalmente, se realizó la estimación de los mil datos experimentales obtenidos usando el método de triangulación para comparar su resultado frente a los obtenidos con los otros tres tipos de modelamiento. La Tabla 4.8 muestra los errores obtenidos respecto

	Modelamiento por <i>backfitting</i>
Error en el eje x	31,16 mm
Error en el eje y	22,77 mm
Error de estimación de puntos	32,55 mm

TABLA 4.7: Resultados obtenidos al estimar las coordenadas del eje x , y y la ubicación en general del impacto de proyectiles obtenidos experimentalmente usando el modelamiento de regresión por *backfitting*.

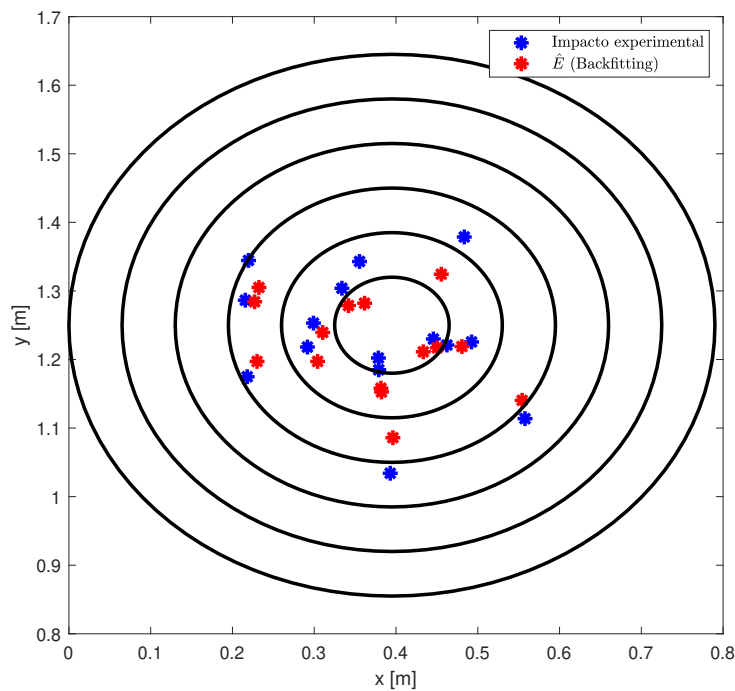


FIGURA 4.9: Resultado de la estimación \hat{E} de 15 puntos aleatorios obtenidos experimentalmente usando el modelamiento de regresión por *backfitting*.

	Modelamiento por triangulación
Error en el eje x	0,02 mm
Error en el eje y	22,38 mm
Error de estimación de puntos	27,09 mm

TABLA 4.8: Resultados obtenidos al estimar las coordenadas del eje x, y y la ubicación en general del impacto de proyectiles obtenidos experimentalmente usando el modelamiento por triangulación.

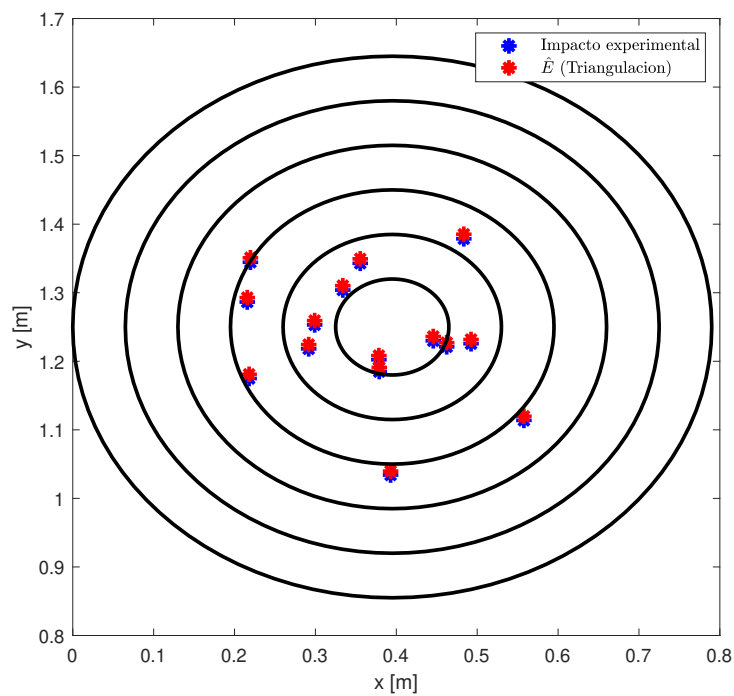


FIGURA 4.10: Resultado de la estimación \hat{E} de 15 puntos aleatorios obtenidos experimentalmente usando el modelamiento por triangulación.

a la estimación de los datos experimentales usando el modelamiento por triangulación. En esta Tabla se puede observar que el error general de la estimación de los puntos experimentales es de 27,09 milímetros. La Figura 4.10 muestra el resultado obtenido de la estimación de 15 puntos aleatorios experimentales para observar la exactitud que se tiene al usar el modelamiento por triangulación.

Como se pudo observar tanto en la sección 4.1 como en la presente sección, el mejor resultado para la estimación de la ubicación de impacto de proyectiles en un blanco de tiro fue utilizando el modelamiento por redes neuronales. Esto se debe a que este tipo de modelamiento analiza y relaciona los datos de entrada proporcionados para dar como resultado los datos deseados, los cuales son las coordenadas de la ubicación de los impactos de proyectiles. Esto permite obtener un modelamiento basado en datos simulados u obtenidos de forma experimental, lo cual indica que no importa a que distancia estén los sensores de sonido o si el blanco de tiro es pequeño o grande, este no toma en consideración las distintas distancias que podría presentar el prototipo experimental. En cambio, el modelamiento por triangulación si depende de las distancias que posee el posicionador respecto al origen o la ubicación de los sensores de sonido y cualquier medida mal tomada o que no sea exacta, genera mayor error al estimar la ubicación del impacto de un proyectil. Esto se puede observar al comparar el resultado obtenido por simulación y el resultado obtenido con datos experimentales del modelamiento por triangulación. El resultado por simulación presenta una estimación más exacta en comparación con el resultado obtenido de manera experimental, debido a que para generar datos simulados se debe de asumir que se conoce la posición exacta de los sensores de sonido y del posicionador XY respecto al origen del prototipo. Es por ello que los modelamientos por análisis de datos presentan un mejor resultado, ya que no importa la distancia de los sensores de sonido o el tamaño del blanco de tiro, solo basta ingresar los datos de los sensores como entrada y brindarles las posiciones finales para obtener un modelamiento general y así realizar las estimaciones solicitadas ingresando nuevos datos. Sin embargo, no todos los métodos de modelamiento basado en análisis de datos pueden dar un buen resultado. En este caso, no se logró obtener un buen modelamiento, en comparación a los modelamientos obtenidos por redes neuronales y el método de triangulación, del sistema de detección de impacto de proyectiles tanto con el método de RCAPE como la regresión por *backfitting*. Esto se debe a que estos métodos están más orientados a realizar estimaciones respecto al dominio de sus causas pasadas en un instante k y cuando el sistema posee regresores.

Se usaron estos métodos porque no se conocía el comportamiento del sistema deseado y por ello se decidió tomar estos dos tipos de modelamiento para analizar si el sistema poseía parámetros desconocidos que presentaban monodependencia o multidependencia de causas conocidas que dependen de su pasado en un instante k .

Finalmente, al terminar de realizar los distintos tipos de modelamiento, el método más intuitivo de usar es el de redes neuronales. Esto se debe que este método solo utiliza dos hiperparámetros: el valor de las varianzas de las Gaussianas y la cantidad de neuronas a utilizar. En cambio, el método RCAPE posee cuatro hiperparámetros: el primero es el valor del factor de olvido α , el segundo es el valor de la cardinalidad, el tercero es una matriz que contiene los valores iniciales de las estimaciones de los parámetros desconocidos y el último hiperparámetro son los valores iniciales de la covarianza del error. Por último, el método de regresión por *backfitting* posee cuatro hiperparámetros: el primero es la cantidad de iteraciones que se debe hacer para obtener la estimación de los parámetros desconocidos, el segundo es el umbral de convergencia, el tercero es una matriz que contiene los valores iniciales de las estimaciones de los parámetros desconocidos y el último hiperparámetro son los valores iniciales de la covarianza del error. Mientras menor sea la cantidad de los hiperparámetros, menor será la investigación realizada para obtener el modelamiento más óptimo. Esto se debe a que se harán menos pruebas al tratar de hallar los mejores hiperparámetros que mejor modelen al sistema.

Los errores observados en los resultados de este estudio pueden analizarse considerando dos aspectos clave: la estimación basada en modelos y la detección basada en mediciones directas. Por un lado, la estimación, que depende de un modelo teórico o computacional, puede introducir variaciones debido a suposiciones inexactas o limitaciones en la representación del sistema real. Cualquier desajuste entre el modelo y las condiciones operativas reales puede resultar en errores significativos en la estimación.

Por otro lado, la detección, que implica la medición directa de datos a través de sensores, también está sujeta a errores. Un aspecto significativo es el error inherente en

la medición de los sensores, que puede introducir variaciones en los datos recopilados. Además, la precisión en la ubicación del posicionador XY es crucial, ya que cualquier inexactitud aquí puede traducirse en desviaciones en los resultados. Los motores paso a paso utilizados también contribuyen al error general, especialmente debido a las imprecisiones en la posición que pueden surgir durante su funcionamiento.

Otro factor relevante es la alineación y colocación de los componentes del sistema. Incluso pequeñas desviaciones en su ubicación, medidas en milicentímetros, pueden impactar significativamente en la precisión de los resultados. La fricción en los husillos de bola también juega un papel, afectando la suavidad y exactitud del movimiento mecánico.

La calidad de los sensores de sonido es un factor determinante. La utilización de sensores más sensibles y precisos podría reducir la magnitud del error observado, permitiendo una captación más fidedigna de las señales acústicas. En conjunto, estos factores resaltan la importancia de una calibración cuidadosa y la selección de componentes de alta precisión para minimizar los errores en estudios de esta naturaleza.

Por último, es esencial resaltar que la presente investigación se llevó a cabo bajo condiciones controladas de laboratorio. En consecuencia, para aplicar estos hallazgos en un entorno real, se requiere una recalibración de los parámetros utilizados. El proceso subsiguiente implicaría la recolección de datos específicos mediante disparos de francotiradores, utilizando el modelo desarrollado en este estudio como una base sólida para la adaptación y ajuste de estos parámetros. Este paso, aunque crucial, resultaría relativamente sencillo, ya que el fundamento de la investigación ya está establecido, y solo se necesitaría una modificación en los parámetros para adaptarlo a condiciones reales.

CONCLUSIONES

Este trabajo de investigación logró modelar con éxito un sistema de detección de impacto de proyectiles, considerando factores medioambientales como la temperatura, la humedad relativa y la velocidad del sonido. Mediante un enfoque analítico y experimental, se desarrolló un modelo que no solo teoriza sino que también valida prácticamente la detección de impactos en condiciones ambientales variables.

La simulación de las entradas involucradas en el sistema fue fundamental para establecer un marco de referencia inicial, utilizando estos datos en el modelamiento inicial del sistema. Este procedimiento permitió obtener la estructura del sistema en estudio de tipo caja negra para los tres métodos de modelamiento computacional, proporcionando una base para entender la relación entre las variables medioambientales y el impacto de los proyectiles. Esta estructura inicial, fue crucial para el modelamiento posterior utilizando datos experimentales de laboratorio con el fin de afinar la estructura, permitiendo una comprensión más profunda y exacta del comportamiento del sistema bajo diferentes condiciones ambientales.

La construcción de un prototipo de laboratorio fue esencial para la obtención de datos experimentales bajo condiciones controladas. Estos datos no solo validaron la simulación de las entradas del sistema en estudio, sino que también proporcionaron insights cruciales para el ajuste de los modelos computacionales.

Se realizó una comparación entre los métodos de triangulación, RCAPE, regresión por *backfitting* y redes neuronales, demostrando que el método más intuitivo de emplear fue las redes neuronales debido a que solo se utilizaron dos hiperparámetros: el valor de la varianza de las Gaussianas y la cantidad de neuronas que se van a utilizar. Tanto por simulación y de forma experimental, el mejor resultado que se obtuvo al realizar el modelamiento del sistema DIP fue con el método de redes neuronales con funciones de base radial. Dicho método produce un error de estimación por simulación de 5,02 milímetros y un error de estimación de 2,19 milímetros usando datos experimentales. Por otro lado, se demostró que sí es posible obtener un sistema DIP ubicando los sensores de sonido alineados en la parte inferior del blanco de tiro y considerando la temperatura y la humedad relativa del ambiente para tener un modelo más real, en comparación a los que ya existen. Todos los sensores están alejados a una distancia entre 35 y 100 centímetros del blanco de tiro para evitar que estos puedan recibir algún daño.

RECOMENDACIONES

Con los resultados y el análisis realizado, se recomienda tomar medidas al prototipo experimental a medida que se vaya construyendo para obtener información más precisa, debido a que mientras más piezas tenga el prototipo mayor será la complicación al tomar las medidas. Además, se recomienda usar motores paso a paso de 200 vueltas, ya que esto permite generar una mayor cantidad de posiciones tanto en el eje x como en el eje y . Por otro lado, al inicio de la investigación se intentó usar sensores de sonido industriales diseñados para la detección de disparos, pero no funcionaron correctamente con el buzzer comercial diseñado para generar sonido. Por ello estos modelos obtenidos son válidos únicamente en el prototipo de laboratorio. Sin embargo, en un escenario real, estos modelos obtenidos servirían de base para un reentrenamiento usando datos con disparos reales.

Se recomienda usar la placa STM32 Nucleo l476rg para realizar la toma de datos de los sensores de sonido, debido a la frecuencia máxima que puede ofrecer el STM32 y porque ayuda a generar el código base dependiendo de las configuraciones que se realicen en la GPIO. También, se debe de generar un timer que ejecute cuentas como mínimo cada 0,2 microsegundos. Si el timer realiza cuentas con un mayor tiempo al indicado como mínimo, no se podrá tener datos precisos de los diferenciales de tiempo de los sensores de sonido. Finalmente, se recomienda como trabajo a futuro realizar una investigación profunda respecto a la estabilización de las variables medioambientales temperatura y humedad relativa para aprovechar al máximo los métodos recursivos mencionados. Además,

se sugiere normalizar los datos antes de utilizar los métodos recursivos para que no se vean afectados por la gran diferencia de valores que se tiene entre los datos de temperatura, humedad relativa y sobre todo con los datos de las diferenciales de tiempo de los sensores de sonido. Así mismo, se recomienda tener como mínimo 2000 datos experimentales como base y otros 1000 datos para validar los modelos obtenidos, con el fin de obtener una mejor convergencia al momento de estimar los parámetros desconocidos del sistema DIP.

ANEXO: PROGRAMAS FUENTE

Los algoritmos desarrollados y utilizados en este trabajo se encuentran en el siguiente link: <https://tinyurl.com/4u22sud8>

El repositorio contiene la totalidad de los códigos empleados en esta investigación, abarcando tanto los archivos con los datos y pruebas necesarias para los cuatro tipos de modelamientos que se han implementado en la Tesis. Para llevar a cabo un análisis detallado de cada modelo, es necesario acceder a los archivos específicos denominados: "Pruebas para la Tesis Backfitting", "Pruebas para la Tesis NN", "Pruebas para la Tesis RCAPE", "Pruebas para la Tesis Triangulacion". En caso de que el interés recaiga únicamente en visualizar los resultados finales y realizar una comparativa entre los métodos, se deberá consultar los archivos "resultados simulacion" para observar los resultados obtenidos vía simulación, y "resultados experimentales" para observar los resultados de manera experimental. Cabe destacar que el resto de los archivos en Matlab presentes en el repositorio cumplen funciones de soporte, albergando funciones y datos esenciales para el correcto funcionamiento de los archivos previamente mencionados.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] F. S. Lerma, *El síndrome de sobreentrenamiento: una visión desde la psicobiología del deporte*. Editorial Paidotribo, 2003.
- [2] Á. R. Medrano Plana, Castillo Marcillo, A. M. Lugo Morales, and M. A. Arévalo Andrade, “Alteraciones electrocardiográficas en jóvenes atletas de alto rendimiento,” *CorSalud*, vol. 11, no. 4, pp. 296–301, 2019.
- [3] I. K. Gordillo Valbuena and J. P. Yopasa Villamizar, “Niveles de fuerza prensil de deportistas en formación entre 9-17 años del municipio de Tocancipá,” 2018, Trabajo de grado - Pregrado, Facultad de Ciencias de la Salud, Universidad de Ciencias Aplicadas y Ambientales. Disponible en: <https://repository.udca.edu.co/handle/11158/1065>.
- [4] V. Pichot, T. Busso, F. Roche, M. Garet, F. Costes, D. Duverney, J.-R. Lacour, and J.-C. Barthélémy, “Autonomic adaptations to intensive and overload training periods: a laboratory study,” *Medicine & science in sports & exercise*, vol. 34, no. 10, pp. 1660–1666, 2002.
- [5] Federación Deportiva Nacional de Tiro Peruana. (2018). [Online]. Available: www.fdntp.com/historia/
- [6] Redacción Lima 2019. (25 Agosto 2019). [Online]. Available: www.lima2019.pe/noticias/medalla-de-plata-para-el-peru-en-el-para-tiro

- [7] D. Zou, K. L. Williams, and E. I. Thorsos, "Influence of temperature on acoustic sound speed and attenuation of seafloor sand sediment," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 40, no. 4, pp. 969–980, 2015.
- [8] M. Bakaric, A. Ivory, B. Zeqiri, B. T. Cox, and B. E. Treeby, "Measurement of the temperature-dependent speed of sound and change in Grüneisen parameter of tissue-mimicking materials," in *2019 IEEE International Ultrasonics Symposium (IUS)*, Glasgow, UK, 2019, pp. 1–4.
- [9] V. Nicolau, "Sound speed estimation using fuzzy logic approach for outdoor ultrasonic applications," in *New Concepts and Applications in Soft Computing*, ser. Studies in Computational Intelligence, V. Balas, J. Fodor, and A. Várkonyi-Kóczy, Eds. Berlin, Heidelberg: Springer, 2013, vol. 417, p. Capítulo 7. [Online]. Available: https://doi.org/10.1007/978-3-642-28959-0_7
- [10] J. Duan and H. Zhao, "Pinn para la estimación del campo de propagación del sonido y velocidad del sonido simultáneamente," in *OCEANS 2023 - Limerick*, Limerick, Irlanda, 2023, pp. 1–5.
- [11] P. C. Young, *Recursive estimation and time-series analysis: An introduction for the student and practitioner*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [12] P. Makarychev, "Structural and parametric identification of nonlinear dynamic objects," in *2020 Moscow Workshop on Electronic and Networking Technologies (MWENT)*, Moscow, Russia, 2020, pp. 1–4.
- [13] Y. Wang, L.-M. He, Z. Li, W. Xu, and J. Ren, "A computationally efficient nonlinear dynamic model for cmut based on comsol and matlab/simulink," in *2020 IEEE 15th International Conference on Solid-State & Integrated Circuit Technology (ICSICT)*, Kunming, China, 2020, pp. 1–3.

- [14] R. Arablouei, K. Doğançay, and T. Adali, “Unbiased rls identification of errors-in-variables models in the presence of correlated noise,” in *2014 22nd European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, Lisbon, Portugal, 2014, pp. 261–265.
- [15] D. Sharma and R. Kaur, “Improvement in convergence speed and stability of least mean square and normalized least mean square algorithm,” in *2015 2nd International Conference on Computing for Sustainable Global Development (INDIACom)*, New Delhi, India, 2015, pp. 1496–1500.
- [16] Y. Wang, C. Li, and C. Tian, “Modified recursive least squares algorithm for sparse system identification,” in *2015 7th International Conference on Modelling, Identification and Control (ICMIC)*, Sousse, Tunisia, 2015, pp. 1–5.
- [17] I. Karafyllis and M. Krstic, “Adaptive certainty-equivalence control with regulation-triggered finite-time least-squares identification,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 63, no. 10, pp. 3261–3275, Oct. 2018.
- [18] H. Chen, J. Maciejowski, and C. Cox, “Unbiased bilinear subspace system identification methods,” in *2001 European Control Conference (ECC)*, Porto, Portugal, 2001, pp. 2499–2504.
- [19] E. J. Alegria, M. Giesbrecht, and C. P. Bottura, “Causal regression for online estimation of highly nonlinear parametrically varying models,” *Automatica*, vol. 125, p. 109425, 2021. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109820306270>
- [20] A. Bel, G. Capobianco, U. Chialva, R. Cobiaga, J. A. Del Punta, W. A. Reartes, V. Aja, N. Alonso, S. A. Balda, P. E. Bertacco *et al.*, “La matemática detrás del GPS: propuesta didáctica para matemática: Nivel secundario,” 2018. [Online]. Available: <http://repositoriodigital.uns.edu.ar/handle/123456789/4671>

- [21] A. S. García and A. C. C. Ramírez, “Modelo de ubicación por triangulación mediante un sistema de radiofrecuencia y prueba piloto,” Sep 2014. [Online]. Available: <https://ridum.umanizales.edu.co/xmlui/handle/20.500.12746/1657>
- [22] A. Lorenzo and J. Calleja, “Factores condicionantes del desarrollo deportivo,” *Bilbao: Diputación Foral de Vizcaya*, pp. 2–6, 2010.
- [23] M. Saona Domínguez, “Diseño y construcción de un sistema mecatrónico, de detección de puntajes automatizado en “blancos o dianas” para un polígono de tiro,” B.S. thesis, Quito/UIDE/2014, 2014.
- [24] Ç. Akman, “Multi shooter localization with acoustic sensors,” Master’s thesis, Middle East Technical University, 2017.
- [25] L. T. León Romero, “Diana Electrónica para mejorar el Rendimiento de los Deportistas del Club de Tiro Ricardo O’Donovan, Trujillo 2018,” 2018, trabajo de Pregrado, Facultad de Ingeniería de Sistemas.
- [26] X. Li, Y. D. Zhang, and M. G. Amin, “Real-time tracking of bullet trajectory based on chirp transform in a multi-sensor multi-frequency radar,” in *2010 IEEE Radar Conference*, 2010, pp. 1203–1207.
- [27] D. D.-G. Aparicio, “Detección de posición de impacto para instrumentos de percusión basado en agrupación de sensores,” *Universidad de Zaragoza*, 2015.
- [28] H. L. Van Trees, *Detection, estimation, and modulation theory, part I: detection, estimation, and linear modulation theory*. John Wiley & Sons, 2004.
- [29] P. C. Young, P. McKenna, and J. Bruun, “Identification of non-linear stochastic systems by state dependent parameter estimation,” *International journal of control*, vol. 74, no. 18, pp. 1837–1857, 2001.

- [30] S. T. P. Suárez, “Metodologías de diseño de redes neuronales sobre dispositivos digitales programables para procesamiento de señales en tiempo real,” Ph.D. dissertation, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria, España, 2015, tesis Doctoral.
- [31] C. Cruces and F. Ernesto, “Triangulación de Delaunay restringida de objetos 2D con geometrías irregulares,” *Universidad del Bío Bío*, 2017.
- [32] J. Manuel, “Redes neuronales celulares, una alternativa para el análisis y modelado espacial de conectividad.” Ph.D. dissertation, Centro Público de Investigación CONACYT, 2017.
- [33] S. Slama, A. Errachdi, and M. Benrejeb, “Model reference adaptive control for mimo nonlinear systems using rbf neural networks,” in *2018 International Conference on Advanced Systems and Electric Technologies (ICASET)*, 2018, pp.346 – –351.
- [34] L. Breiman and J. H. Friedman, “Estimating optimal transformations for multiple regression and correlation,” *Journal of the American Statistical Association*, vol. 80, no. 391, pp. 580–598, 1985. [Online]. Available: <http://www.jstor.org/stable/2288473>
- [35] N.-V. Truong, L. Wang, and P. C. Young, “Nonlinear system modeling based on non-parametric identification and linear wavelet estimation of sdp models,” in *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, 2006, pp. 2523–2528.
- [36] D. Robertson and C. J. Taylor, “State-dependent control of a hydraulically-actuated nuclear decommissioning robot,” in *Proceedings of 2012 UKACC International Conference on Control*, 2012, pp. 759–764.
- [37] C. James Taylor, A. Chotai, and D. Robertson, “State dependent control of a robotic manipulator used for nuclear decommissioning activities,” in *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2010, pp. 2413–2418.

- [38] E. Salvador and E. Jara, “A novel data-based modeling method for highly nonlinear systems using an exponential weighting process on the temporal and causal variables,” 2023 (en proceso de publicación).
- [39] E. J. Alegria, M. Giesbrecht, and C. P. Bottura, “An associative-memory-based method for system nonlinearities recursive estimation,” *Automatica*, vol. 142, p. 110343, 2022. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109822001935>
- [40] K. S, V. S, and R. R, “A comparative analysis on linear regression and support vector regression,” in *2016 Online International Conference on Green Engineering and Technologies (IC-GET)*, 2016, pp. 1–5.
- [41] K. Johansson, “The quadruple-tank process: a multivariable laboratory process with an adjustable zero,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 8, no. 3, pp. 456–465, 2000.
- [42] F. Pollinger, T. Hieta, M. Vainio, N. R. Doloca, A. Abou-Zeid, K. Meiners-Hagen, and M. Merimaa, “Effective humidity in length measurements: comparison of three approaches,” *Measurement Science and Technology*, vol. 23, no. 2, p. 025503, 2012.
- [43] Senamhi. (20 marzo 2020) Tiempo / pronóstico del tiempo. [Online]. Available: www.senamhi.gob.pe/main.php?p=pronostico-detalle&dp=lima&localidad=0001
- [44] WeatherOnline. (28 febrero 2021) Jorge Chávez aeropuerto – humedad relativa. [Online]. Available: www.woespana.es/weather/maps/city